

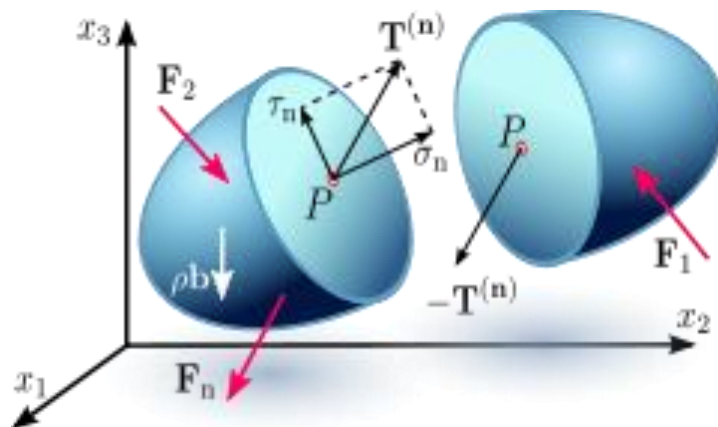
Міністерство освіти і науки України
Відокремлений структурний підрозділ
«Любешівський технічний фаховий коледж
Луцького національного технічного університету»



ОСНОВИ ТЕОРЕТИЧНОЇ ТЕХАНІКИ ТА ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ

Методичні вказівки до самостійних робіт

*для здобувачів освіти за спеціальністю 192 Будівництво та
цивільна інженерія, освітньо-професійної програми «Опорядження
будівель і споруд та будівельний дизайн»
денної форми навчання*



УДК 539.3(075.8)

До друку

Голова методичної ради ВСП «Любешівський ТФК ЛНТУ»

_____ Т.П. Герасимик-Чернова

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій коледжу

Бібліотекар _____

Затверджено методичною радою ВСП «Любешівський ТФК ЛНТУ»

протокол № _____ від «_____» _____ 2023 р.

Рекомендовано до видання на засіданні випускної циклової методичної комісії викладачів будівельного профілю, БтаЦІ

протокол № _____ від «_____» _____ 2023р.

Голова циклової методичної комісії _____ С.М. Данилік

Укладачі: _____ Т.П. Герасимик-Чернова, _____ Я.В. Оласюк

Рецензент: _____ А.В. Хомич, к.т.н.

Відповідальний за випуск: _____ Т.П. Кузьмич, методист

Основи теоретичної механіки та опору матеріалів [Текст]: методичні вказівки до виконання самостійних робіт для здобувачів освіти освітньо-професійного ступеня «фаховий молодший бакалавр» з спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія, ОПП «Опорядження будівель і споруд та будівельний дизайн» денної форми навчання / уклад. Т.П. Герасимик-Чернова, Я.В. Оласюк – Любешів: ВСП «Любешівський ТФК ЛНТУ», 2023. – 46 с.

Передмова

Методичні вказівки призначені для студентів спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія. Їх метою є допомога студентам у виконанні практичних і самостійних завдань з блоків «Теоретична механіка» та «Опір матеріалів».

Умови завдань до кожної самостійної роботи студенти отримують після вивчення відповідної теми на занятті - у відповідності з постійним номером варіанта студента (за списком у навчальному журналі групи).

При виконанні завдань до самостійної роботи слід використовувати рекомендовану навчальну літературу.

Виконані студентом завдання оцінюються за п'ятибальною шкалою: «5», «4», «3», «2». При оцінюванні робіт враховується правильність і точність результатів обчислення, охайність оформлення, своєчасність виконання роботи, правильність відповідей на контрольні питання у відповідності до теми самостійної роботи.

ЗМІСТ

Вступ.....	5
Самостійна робота №1	6
Проекції сил на осі координат X та Y	6
Самостійна робота №2	13
Моменти сил відносно точок	13
Самостійна робота № 3	17
Визначення реакцій в шарнірних опорах балки.....	17
Самостійна робота № 4	22
Визначення центра ваги складного перерізу	22
Самостійна робота № 5	33
Розрахунок ступінчастого стержня на міцність і жорсткість при розтягу і стиску	33
Список літератури	44
Додаток А.....	45

Вступ

Технічна механіка – це інженерна прикладна наука, яка складається із трьох окремих, але взаємно пов'язаних предметів: теоретичної механіки, опору матеріалів та деталей машин.

Теоретична механіка – це наука про закони механічного руху твердих тіл та умови рівноваги твердих тіл під дією прикладених до них зовнішніх сил та систем сил.

Опір матеріалів – це наука про методи розрахунків різних деталей машин, механізмів, пристроїв, а також елементів конструкцій і споруд на міцність, жорсткість, стійкість і витривалість. Мета розрахунків – отримати ще на стадії проектування будь-якого виробу гарантію, що він буде міцний, надійний і матеріалоємкий.

Теоретичні знання повинні бути закріплені шляхом виконання студентами самостійних робіт з кожного блоку або модуля предмету. Темі завдань до самостійних робіт відповідають робочим навчальним програмам всіх технічних спеціальностей коледжу.

При виконанні самостійної роботи №1 студенти набувають вмінь знаходити проекції векторів сил на осі координат X та Y ; при виконанні самостійної роботи №2 студенти набувають вмінь знаходити моменти сил відносно точок: ці вміння необхідні при розв'язку багатьох задач теоретичної механіки та опору матеріалів.

При виконанні самостійної роботи №3 студенти закріплюють знання про реакції зв'язків та аналітичний спосіб їх визначення з допомогою систем рівнянь рівноваги статки – це знадобиться при рішенні задач в опорі матеріалів та при розрахунках підшипників на довговічність.

При виконанні самостійної роботи №4 студенти знайомляться з геометричними характеристиками перерізів, щоб згодом використати набуті знання та вміння при розрахунках деталей з різними поперечними перерізами на міцність в опорі матеріалів.

При виконанні самостійної роботи №5 студенти засвоюють методи розрахунків простих виробів у формі бруса на розтяг та стиск, набувають практичних навичок визначати небезпечну ділянку стержня формулювати висновки про міцність та жорсткість стержня.

1 Тема: Проекції сил на осі координат X та Y.2.

Мета: Навчитися визначати проекції векторів сил на осі координат X та Y для застосування набутих вмінь при рішенні задач з технічної механіки.

3. Інформаційне забезпечення.

Теоретичні відомості [1 ... 5].

Методичні вказівки.

Познайомитись з правилами знаходження проекцій векторів сил на осі X та Y, використовуючи знання із математики та інженерної графіки :

– проекцією сили $\vec{F}$ на вісь називається відрізок на осі X або Y, що лежить між двома перпендикулярами, опущеними на вісь з початку і кінця вектора сили $\vec{F}$. Проекції сил дорівнюють катетам прямокутного трикутника (рис. 1). Позначаються проекції F_x або F_y ;

– проекція сили на вісь – величина алгебраїчна: може бути додатною або від'ємною (рис. 1 та рис. 2);

– проекція сили – величина скалярна (*просто відрізок*);

– правило знаків: якщо напрям проекції збігається з додатним напрямом осі X (вправо) або Y (вліво), то ця проекція буде додатною, і навпаки (див. рис.1 та рис.2);

– проекція сили, перпендикулярної до осі X або Y дорівнює нулю (рис.3 та рис. 4)

– проекція сили паралельної до осі дорівнює натуральній величині сили – із знаком «плюс» або «мінус» (рис. 5 та рис. 6)

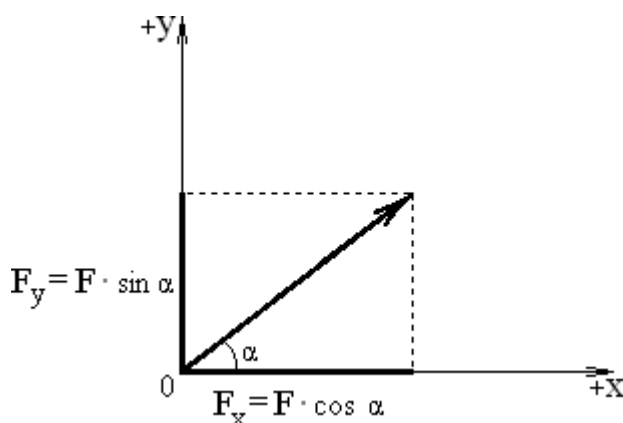


Рисунок 1 – Додатні проекція сили F

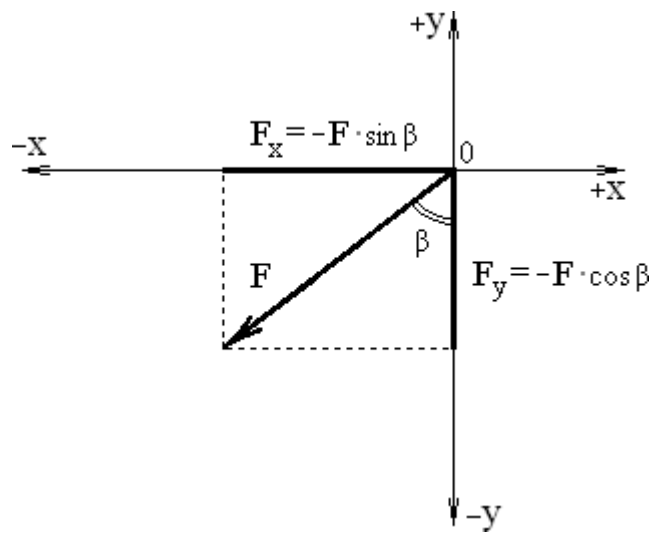


Рисунок 2 – Від’ємні проекції сили

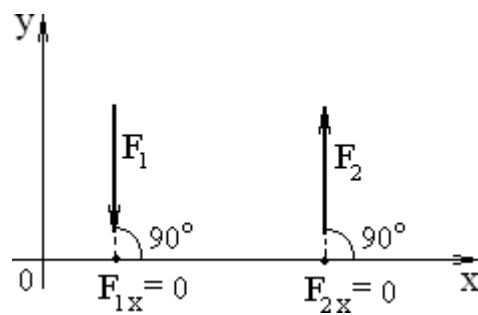


Рисунок 3 – Проекції сил F_1 та F_2 , перпендикулярних до осі X

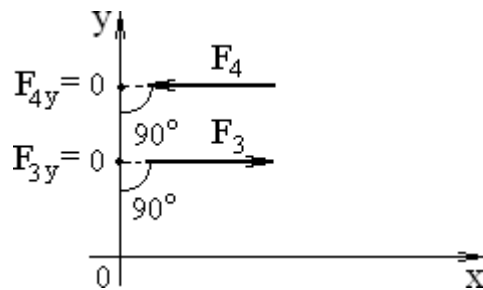


Рисунок 4 – Проекції сил F_3 та F_4 , перпендикулярних до осі Y

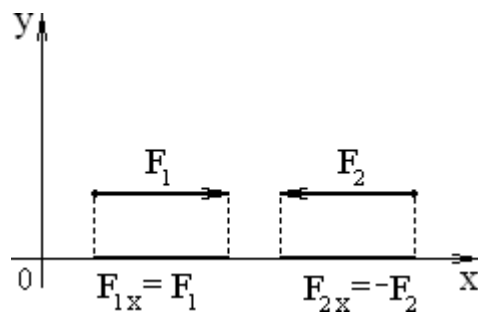


Рисунок 5 – Проекції сил F_1 та F_2 , паралельних до осі X

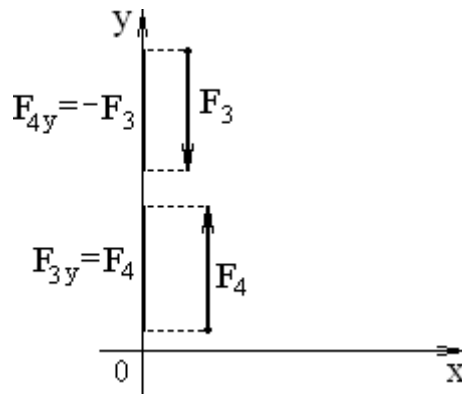


Рисунок 6 – Проекції сил F_3 та F_4 , паралельних до осі Y

– Залежно від напрямку вектора сили одна проекція сили може бути додатною, а друга – від’ємною (див. 7):

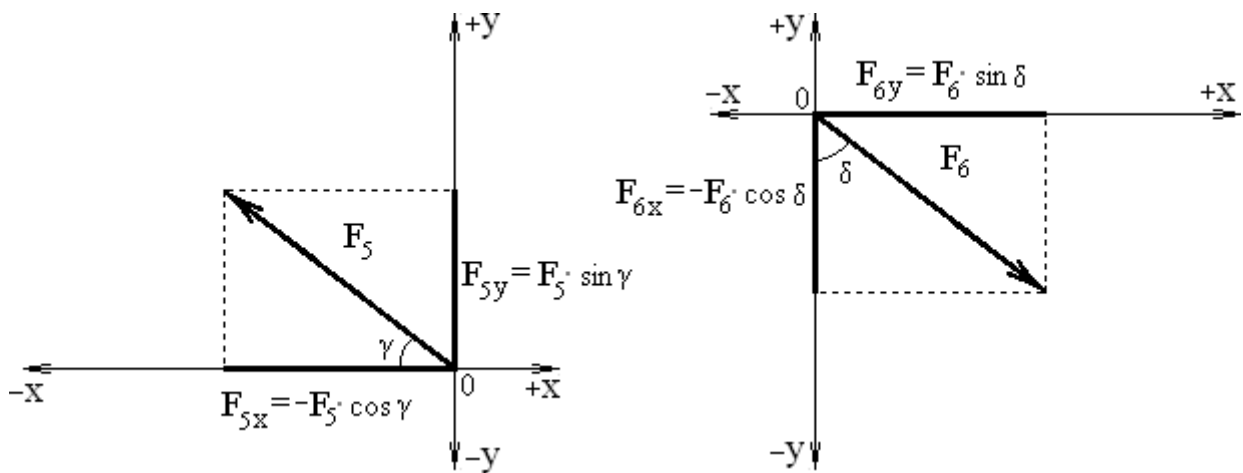


Рисунок 7 – Проекції похилих сил F_5 та F_6 на осі X та Y

Примітка – катет (проекція сили), прилеглий до кута α (чи β , чи γ , чи δ) дорівнює добутку гіпотенузи (модуля сили) трикутника на косинус ($\cos$) цього кута; катет (проекція сили), протилежний відносно кута α (чи β , чи γ , чи δ) дорівнює добутку гіпотенузи (модуля сили) трикутника на синус ($\sin$) цього кута.

3 Приклад розв’язку завдання до самостійної роботи №1.

Виконати самостійну роботу: знайти проекції зображених векторів сил F_1 , F_2 , F_3 на осі X та Y (рис. 8); визначити алгебраїчні суми однойменних проекцій на осі координат X та Y .

Дано:

$$F_1 = 50\text{H};$$

$$F_2 = 100\text{H};$$

$$F_3 = 40\text{H};$$

$$\alpha = 35^\circ;$$

$$\beta = 70^\circ.$$

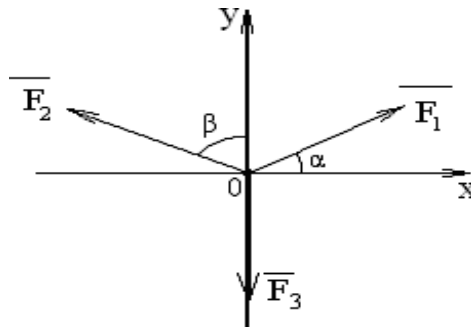


Рисунок 8 – Приклад умови завдання до самостійної роботи №1

Визначити : F_{1x} , F_{1y} , F_{2x} , F_{2y} , F_{3x} , F_{3y} .

Розв'язок

Проекції сил на осі X та Y :

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha = F_1 \cdot \cos 35^\circ = 50 \cdot 0,819 = 40,96\text{H}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \beta = F_1 \cdot \sin 35^\circ = 50 \cdot 0,5736 = 28,68\text{H}$$

$$F_{2x} = -F_2 \cdot \sin \beta = -100 \cdot \sin 70^\circ = -100 \cdot 0,94 = -94\text{H}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \cos = 100 \cdot \cos 70^\circ = 100 \cdot 0,342 = 34,2\text{H}$$

$$F_{3x} = 0$$

$$F_{3y} = -F_3 = -40\text{H}$$

Алгебраїчні суми однойменних проекцій сил окремо на осі X та Y :

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 40,96 - 94 = -53,04\text{H};$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 28,68 + 34,2 - 40 = 22,88\text{H}.$$

Результат (контрольні відповіді):

$$\sum F_{ix} = -53,04\text{H}.$$

$$\sum F_{iy} = 22,88\text{H}.$$

4 Завдання до СР №1

Умови завдань до СР №1 (рис. 9) видаються викладачем студентам на занятті після вивчення даної теми згідно постійному номеру варіанта студента.

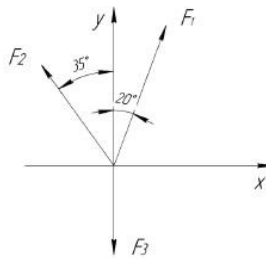
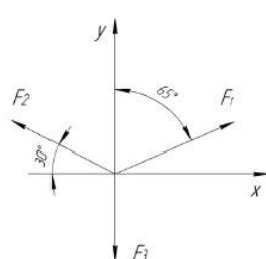
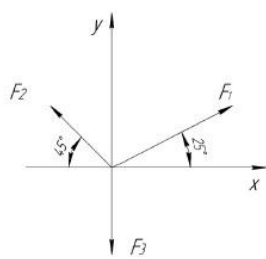
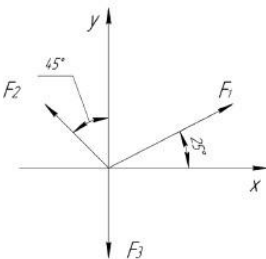
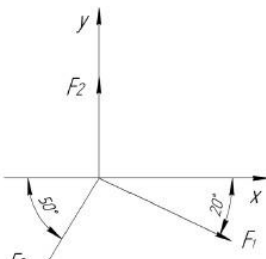
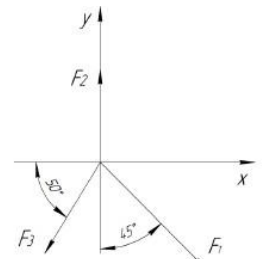
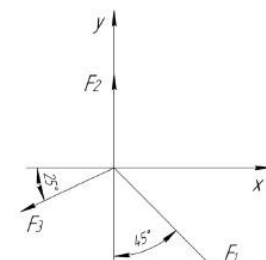
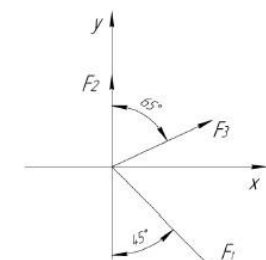
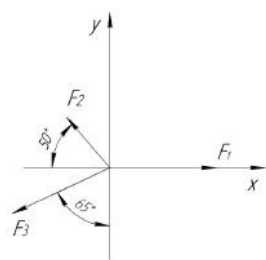
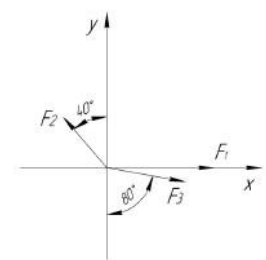
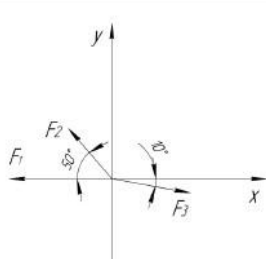
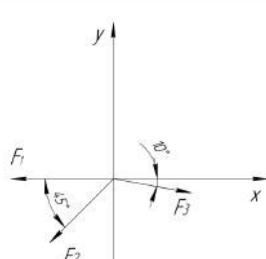
Варіант № 1 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 20 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 	Варіант № 2 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 20 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 
Варіант № 3 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 20 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 	Варіант № 4 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 20 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 
Варіант № 5 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 60 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 	Варіант № 6 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 60 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 
Варіант № 7 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 60 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 	Варіант № 8 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 60 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 
Варіант № 9 Дано $F_1 = 60 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 100 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 	Варіант № 10 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 50 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 
Варіант № 11 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 40 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 	Варіант № 12 Дано $F_1 = 80 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 40 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 

Рисунок 9.1 – Варіанти завдань до самостійної роботи № 1

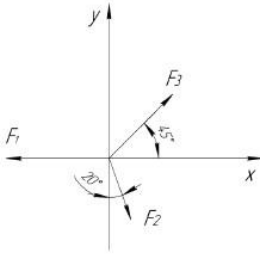
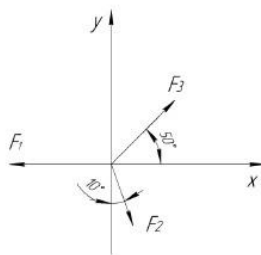
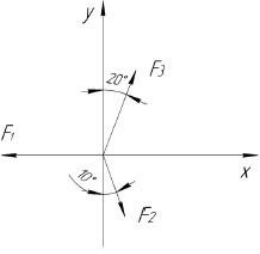
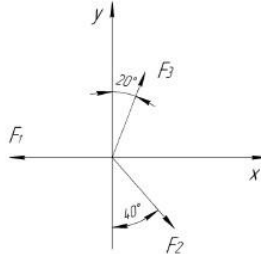
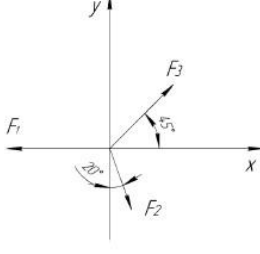
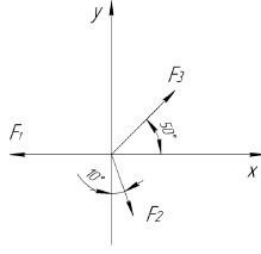
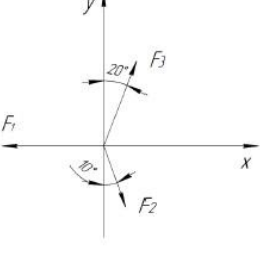
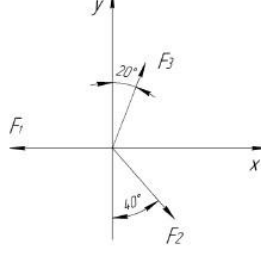
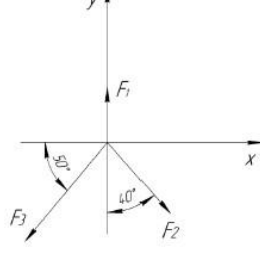
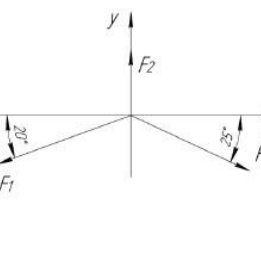
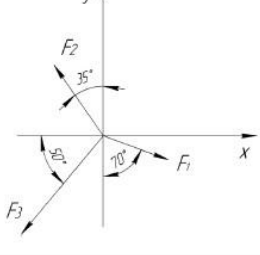
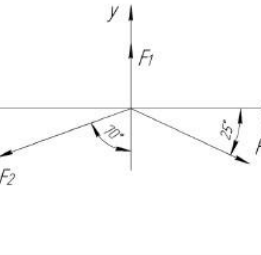
Варіант № 13 Дано $F_1 = 80 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 80 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 	Варіант № 14 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 30 \text{ Н};$ $F_3 = 50 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 
Варіант № 15 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 30 \text{ Н};$ $F_3 = 60 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 	Варіант № 16 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 80 \text{ Н};$ $F_3 = 30 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 
Варіант № 13 Дано $F_1 = 80 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 80 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 	Варіант № 14 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 30 \text{ Н};$ $F_3 = 50 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 
Варіант № 15 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 30 \text{ Н};$ $F_3 = 60 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 	Варіант № 16 Дано $F_1 = 100 \text{ Н};$ $F_2 = 80 \text{ Н};$ $F_3 = 30 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 
Варіант № 17 Дано $F_1 = 20 \text{ Н};$ $F_2 = 50 \text{ Н};$ $F_3 = 100 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 	Варіант № 18 Дано $F_1 = 80 \text{ Н};$ $F_2 = 30 \text{ Н};$ $F_3 = 50 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 
Варіант № 19 Дано $F_1 = 20 \text{ Н};$ $F_2 = 60 \text{ Н};$ $F_3 = 100 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 	Варіант № 20 Дано $F_1 = 30 \text{ Н};$ $F_2 = 80 \text{ Н};$ $F_3 = 50 \text{ Н};$ Визначити: R та φ_R-? 

Рисунок 9.2 – Варіанти завдань до самостійної роботи № 1

5 . Контрольні питання

Що називається проекцією сили на вісь?

В якому випадку проекція сили на вісь дорівнює нулю?

В якому випадку проекція сили на вісь дорівнює модулю сили?

В якому випадку проекція сили на вісь додатна?

В якому випадку проекція сили на вісь від'ємна?

1. Тема

Моменти сил відносно точок

2. Мета
Навчитись визначати моменти сил відносно будь – яких точок для застосування набутих вмінь при рішенні задач з технічної механіки.

3 Інформаційне забезпечення

Теоретичні відомості [1...5].

4 Методичні вказівки

Познайомитись з правилами знаходження моменту сил довільно спрямованої сили відносно будь – якої точки :

- моментом сили F , Н відносно точки O (або A , B , C , і т. ін.) називається добуток модуля сили на її плече h , м ; Позначають момент так : $M_O = \pm F \cdot h$, Н·м;
- момент M може бути додатнім, від'ємним або дорівнювати нулю;
- момент M характеризує обертальну дію сили на тверде тіло;
- точка, відносно якої знаходять моменти сили називається центром моменту сили (точки O , A , B , C , і т. ін.);
- плечем h сили відносно точки O називають найкоротшу відстань від центра моменту до лінії дії даної сили : плече h сили дорівнює довжині перпендикуляра, опущеного із центра моменту O на лінію дії сили (рис. 10);
- момент вважається додатнім, якщо сила намагається обертати тверде тіло навколо центра моменту за годинниковою стрілкою (рис. 11);
- момент вважається від'ємним, якщо сила намагається обертати тверде тіло проти ходу годинникової стрілки (рис. 12);
- якщо точка (центр моменту) лежить на лінії дії даної сили, момент такої сили дорівнює нулю, оскільки плече h (довжина перпендикуляра в цьому випадку) дорівнює нулю (рис. 13); в цьому випадку тіло не може здійснювати обертальний рух.

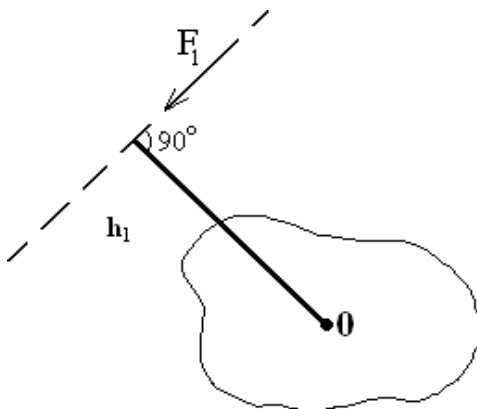


Рисунок 10 – Плече h_1 – це перпендикуляр із точки O на лінію дії.

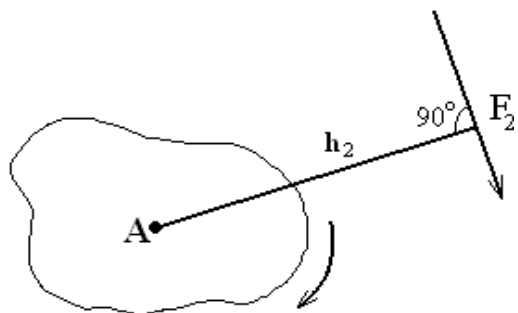


Рисунок 11 – Сила F_2 обертає тверде тіло за годинниковою стрілкою навколо.

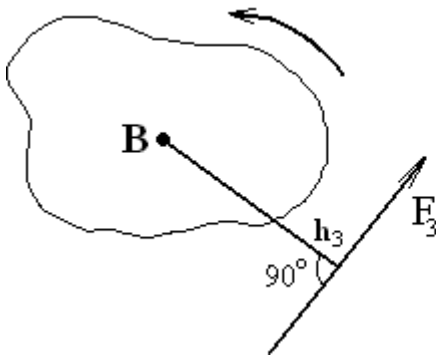


Рисунок 12 – Сила F_3 обертає тверде тіло проти годинникової стрілки навколо точки В.

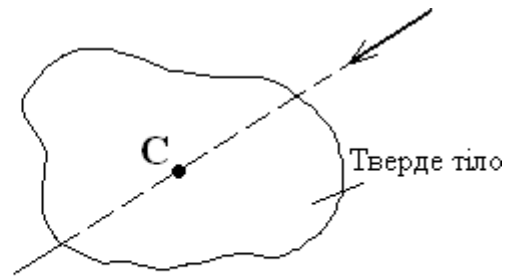
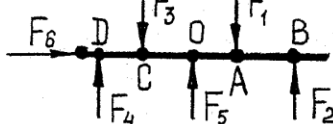


Рисунок 13 – Плече F_4 відсутнє - тіло не обертається навколо точки С.

Примітка: перпендикуляр із точки на лінію дії сили треба опускати з допомогою прямокутного трикутника.

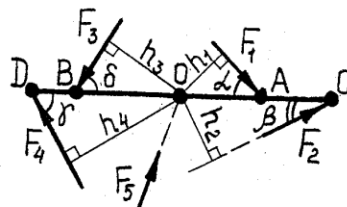
5 Приклади визначення моментів сил $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$ відносно точок О, А, В, С, D, К (рис. 14)

Приклад 1.



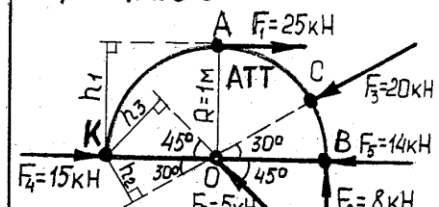
$$\begin{aligned} M_O(F_1) &= F_1 \cdot OA \\ M_O(F_2) &= -F_2 \cdot OB \\ M_O(F_3) &= -F_3 \cdot OC \\ M_O(F_4) &= F_4 \cdot OD \\ M_O(F_5) &= F_5 \cdot O = 0 \\ M_B(F_6) &= F_6 \cdot O = 0 \\ M_B(F_1) &= -F_1 \cdot AB \\ M_C(F_5) &= -F_5 \cdot OC \\ M_A(F_5) &= F_5 \cdot OA \end{aligned}$$

Приклад 2.



$$\begin{aligned} M_O(F_1) &= F_1 \cdot h_1 = F_1 \cdot OA \cdot \sin \alpha \\ M_O(F_2) &= -F_2 \cdot h_2 = -F_2 \cdot OC \cdot \sin \beta \\ M_O(F_3) &= -F_3 \cdot h_3 = -F_3 \cdot OB \cdot \sin \delta \\ M_O(F_4) &= F_4 \cdot h_4 = F_4 \cdot OD \cdot \sin \gamma \\ M_O(F_5) &= F_5 \cdot O = 0 \end{aligned}$$

Приклад 3.



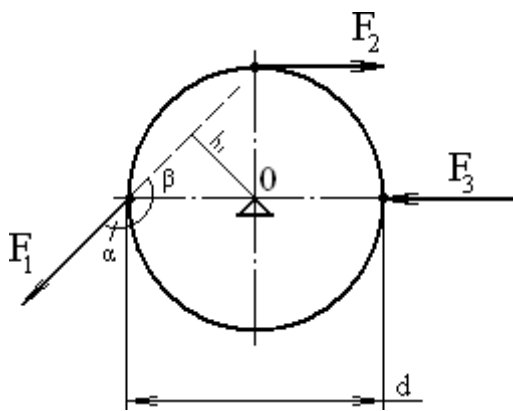
$$\begin{aligned} M_K(F_1) &= F_1 \cdot h_1 = F_1 \cdot R = 25 \cdot 1 = 25 \text{ кН} \cdot \text{м} \\ M_K(F_2) &= -F_2 \cdot KB = -F_2 \cdot 2R = -8 \cdot 2 \cdot 1 = -16 \text{ кН} \cdot \text{м} \\ M_K(F_3) &= F_3 \cdot h_3 = F_3 \cdot KO \cdot \sin 30^\circ = 20 \cdot 1 \cdot 0,5 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м} \\ M_K(F_4) &= F_4 \cdot O = 0 \\ M_K(F_5) &= F_5 \cdot O = 0 \\ M_K(F_6) &= -F_6 \cdot h_6 = -F_6 \cdot KO \cdot \sin 45^\circ = -5 \cdot 1 \cdot 0,7 = -3,5 \text{ кН} \cdot \text{м} \\ \Sigma M_K(F_i) &= F_1 \cdot R - F_2 \cdot 2R + F_3 \cdot R \cdot \sin 30^\circ - F_6 \cdot R \cdot \sin 45^\circ = 25 \cdot 1 - 16 + 10 - 3,5 = 15,5 \text{ кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

Зображене тверде тіло обертається відносно точки К за годинниковою стрілкою.

Рисунок 14-Приклади для закріплення вмінь знаходження моментів сил відносно точок

6 Приклад розв'язку завдання до самостійної роботи №2

Виконати самостійну роботу: визначити моменти сил F_1 , F_2 , F_3 , прикладених до твердого тіла заданої форми відносно точки O (рис. 15); визначити алгебраїчну суму моментів всіх сил відносно центра обертання тіла точки O ; вказати напрям обертання зображеного тіла.



Дано:

$$F_1 = 100H;$$

$$F_2 = 25H;$$

$$F_3 = 33H;$$

$$d = 0,4 \text{ м};$$

$$\alpha = 135^\circ$$

Рисунок 15 – Приклад умови завдання до самостійної роботи №2

Розв'язок

Моменти сил F_1 , F_2 , F_3 відносно точки O :

$$M_o(F_1) = -F_1 \cdot h_1 = -F_1 \cdot d/2 \cdot \sin\beta = -100 \cdot 0,4/2 \cdot \sin 45^\circ = -14,14 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_o(F_2) = F_2 \cdot d/2 = 25 \cdot 0,4/2 = 5 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_o(F_3) = 0.$$

Алгебраїчна сума моментів сил відносно точки O :

$$\sum_{i=1}^n M_o(F_i) = M_o(F_1) + M_o(F_2) + M_o(F_3) = -14,14 + 5 = -9,14 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Висновок

Розрахунок вказує, що під дією сил F_1 , F_2 , F_3 тверде тіло обертається проти годинникової стрілки, тому що результуючий момент має від'ємне значення.

Примітка: величина кута $\beta=45^\circ$ визначена у відповідності з рисунком до задачі; значення $\sin \alpha$ чи $\sin \beta$ при розрахунках слід підставляти з точністю до 0,0001.

7 . Завдання до СР №2.

Умови завдань до СР №2 видаються викладачем на занятті після вивчення даної теми згідно постійному номеру варіанта студента.

8 . Контрольні питання

Що називається моментом сили відносно точки?

В якому випадку момент сили відносно точки має додатній знак?

В якому випадку момент сили відносно точки дорівнює нулю?

Що ви знаєте про важіль та умову рівноваги важеля?

В яких випадках в техніці та в побуті можна використати знання про момент сили відносно точки?

1. Тема

Визначення реакцій в шарнірних опорах балки.

2. Мета

Навчитись складати рівняння рівноваги статички з метою визначення реакцій в шарнірних опорах балки.

3. Інформаційне

забезпечення Теоретичні

відомості [1...5]

4. Методичні вказівки Загальні відомості

В інженерних розрахунках часто зустрічаються задачі, в процесі розв'язку яких необхідно визначити реакції різних зв'язків (площин, гнучких зв'язків, жорстких стержнів), в тому числі і шарнірних опор балок. Балка – так в інженерних розрахунках узагальнено називають всі довгі і тонкі вироби, деталі або елементи конструкцій, які можуть згинатись під дією зовнішніх сил. Кінці балки повинні бути закріплені для забезпечення рівноваги балки: вали верстатів, машин, редукторів, осі вагонів закріплюються за допомогою підшипників кочення, які відносяться до групи зв'язків, що називаються шарнірні опори. Консольними називають балки, в яких закріплений тільки один кінець: таке закріплення називають жорстке затиснення, наприклад різець у верстаті, балкони у стіні будинку, пластинчаста контактна пружина у вимикачі.

В шарнірних опорах і жорсткому затисненні виникають реактивні сили або просто реакції, які зрівноважують дію зовнішніх сил і пар сил, прикладених до балки. Кількість реакцій і їх напрям залежить від напрямку зовнішніх навантажень: зовнішні сили можуть бути похилими або вертикальними, пари сил можуть бути з додатним моментом або від'ємним. Для розв'язку задач на визначення реакцій спочатку треба засвоїти правила із попередніх тем модуля «Статика» і застосувати знання із математики:

- навчитись знаходити проекції векторів сил на осі координат X та Y ;
- навчитись знаходити моменти сил відносно точок;
 - навчитись складати рівняння рівноваги статички: алгебраїчні суми моментів відносно шарнірних опор балки або жорсткого затиснення консольної балки, та алгебраїчні суми проекцій на осі X та Y ;
 - згадати із математики правила розв'язку системи рівнянь із двома або трьома невідомими реакціями;
 - застосувати вміння правильно обчислювати невідомі величини з допомогою калькуляторів.

Системи рівнянь рівноваги статички на плоску систему довільно розміщених сил поділяються на дві групи:

I (основна) 1. $\sum F_{ix} = 0$ $F_{iy} = 0$ 2. $\sum$ 3. $\sum M_A(F_i) = 0$	1. $\sum M$ 2. $\sum M$	II $(F_A)_i = 0$ $(F_B)_i = 0$ 3. $\sum F_{iy} = 0$
---	---	--

Першу групу рівнянь складають, якщо на розрахунковій схемі балки є хоча б один похилий вектор сили. Другу групу рівнянь складають, якщо до балки прикладені тільки вертикальні сили.

5. Задачі на визначення в реакцій шарнірних опорах балки вирішуються в такій послідовності:

На рисунку до задачі позначають шарнірні опори буквами А та В.

Показують в опорах реакції: вертикально вгору Y_A та Y_B , горизонтально X_A (або X_B) вправо із центра шарнірів.

Складають систему трьох рівнянь рівноваги статички I та II групи.

Розв'язок кожного рівняння виконують спочатку в загальному вигляді – алгебраїчно.

Величини реакцій обчислюються з точністю до 0,01.

З метою перевірки правильності розв'язку задачі складають додаткове рівняння, яке при правильному обчисленні реакцій повинне перетворитись в тотожність нулю.

Примітки:

- якщо до балки прикладені тільки вертикально спрямовані зовнішні сили F_1 та F_2 – горизонтальні реакції в шарнірно-нерухомій опорі X_A (або X_B) дорівнюють нулю;
 - задані моменти M входять до складу рівнянь моментів із своїм знаком згідно рисунку до задачі;
 - задані моменти M відсутні в рівняннях проекцій сил на осі x або y (моменти на осі не проєктуються);
- якщо реакція Y_A або Y_B після розв'язку рівнянь вийде від'ємною – це вказує, що вектор такої реакції фактично спрямований вниз (це не є помилкою);
 - числові значення реакцій в шарнірних опорах балки впливають на вибір типу і розмірів підшипників кочення при проектуванні машин і механізмів.

6 . Приклад розв'язку задачі до самостійної роботи № 3

Завдання: визначити реакції в шарнірних опорах зображеної балки, навантаженої силами F_1 та F_2 і парою сил з моментом M . Вагою балки знехтувати.

Дано:

$$M = 18 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$F_1 = 55 \text{ кН};$$

$$F_2 = 22 \text{ кН};$$

$$l_1 = 1 \text{ м};$$

$$l_2 = 1,3 \text{ м};$$

$$l_3 = 0,7 \text{ м}.$$

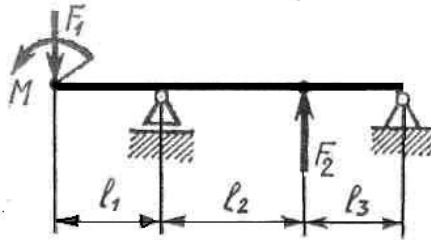


Рисунок 3.1 – Умова задачі до прикладу 6.1

Розв'язок задачі

Шарнірні опори: ліва А, права В.

Реакції в опорах: в лівій шарнірно-рухомій одна y_A , в правій шарнірно-нерухомій дві - x_B та y_B .

Розрахункова схема сил задачі має вид (рис. 3.2)

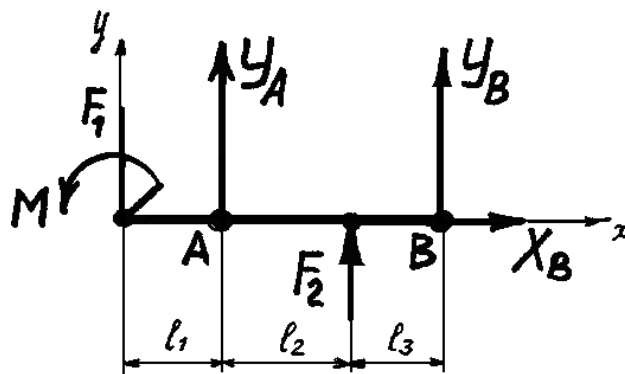


Рисунок 3.2 – Розрахункова схема сил до задачі

Система трьох рівнянь рівноваги II групи у відповідності з рис.3.2:

$$\begin{cases} \sum M_A = 0; & -M - F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2 - Y_B(l_2 + l_3) = 0 \\ \sum M_B = 0; & -M - F_1(l_1 + l_2 + l_3) + Y_A(l_2 + l_3) + F_2 \cdot l_3 = 0 \\ \sum F_{iy} = 0; & -F_1 + Y_A + F_2 + Y_B = 0 \end{cases}$$

Алгебраїчне рішення рівнянь моментів в загальному вигляді відносно невідомих реакцій Y_A та Y_B :

$$Y_A = \frac{-M - F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2}{l_2 + l_3}; \quad Y_B = \frac{M + F_1 \cdot (l_1 + l_2 + l_3) - F_2 \cdot l_3}{l_2 + l_3};$$

Обчислення величин реакцій Y_B та Y_A , кН:

$$Y_B = \frac{-18 - 55 \cdot 1 - 22 \cdot 1,3}{1,3 + 0,7} = -50,8;$$

$$Y_A = \frac{18 + 55 \cdot (1 + 1,3 + 0,7) - 22 \cdot 0,7}{1,3 + 0,7} = 83,8.$$

Реакція $X_B = 0$.

Перевірка правильності визначених реакцій згідно третьому рівнянню рівноваги:

$$\sum F_{iy} = -55 + 83,8 + 22 - 50,8 = 105,8 - 105,8 = 0$$

Висновок: перевірене рівняння перетворилось в тотожність нулю – значить реакції Y_A та Y_B визначені вірно: $Y_A = 83,8$ кН; $Y_B = -50,8$ кН.

7 Приклади кількох варіантів завдань до самостійної роботи №3 (рис. 3.3, табл. 3.1).

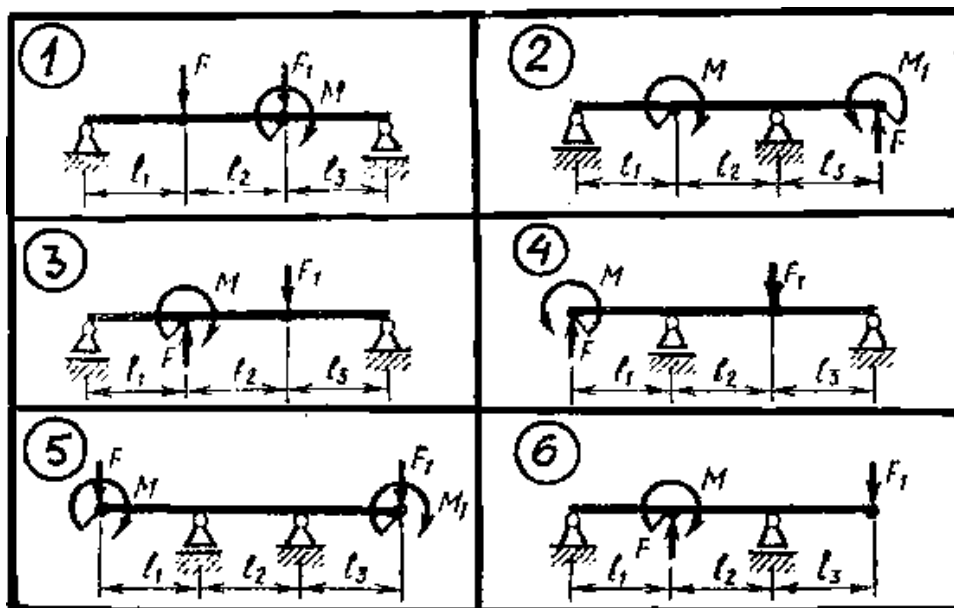


Рисунок 3.3 – Варіанти завдань до СР №3

Таблиця 3.1 – Числові значення величин до завдань СР №3 згідно рис. 3.3

Номер варіанту задачі	F	F1	M	M1	$l1$	$l2$	$l3$
	кН		кНм		м		
1	11	10	5	-	0.5	1.5	2
2	22	-	7	10	0.6	1.4	1.2
3	33	30	9	-	0.7	1.3	1.4
4	44	40	11	-	0.8	1.2	1.6
5	45	50	13	16	0.9	1.1	1.8
6	46	60	15	-	1	1	2

8 . Контрольні питання

Які вироби в механіці називаються балками?

Які реакції виникають в шарнірних опорах балки – показати нарисунку.

Які реакції виникають в жорсткому затисненні консольних балок, навантажених вертикальними і похилими зовнішніми силами?

Які системи рівнянь рівноваги треба скласти для визначення невідомих реакцій в шарнірних опорах та в жорсткому затисненні консольних балок?

Як можна перевірити правильність визначених реакцій в задачі?

1 Тема

Визначення центра ваги складного перерізу.

2. Мета

Навчитись визначати положення центра ваги складного перерізу із трьох стандартних прокатних профілів аналітичним способом.

3. Інформаційне забезпечення.

4. Теоретичні відомості [1...6].

5. 4 Методичні вказівки Загальні відомості

Центр ваги – це єдина точка в межах будь-якого твердого тіла, пластини або перерізу бруса, яка є центром його рівноваги. Знання про положення центра ваги в межах конструкції чи перерізу бруса враховуються при розрахунках в теоретичній механіці та в опорі матеріалів при розрахунках на міцність.

Положення центра ваги (позначається С) можна визначати двома способами – методом підвішування або аналітичним. Аналітичний спосіб полягає у визначенні координат точки С (X_c , Y_c) за формулами, тобто є розрахунковим способом.

Примітки: при розв'язку задач на визначення координат центра ваги застосовуються такі методи:

– *метод розбиття складного перерізу на прості складові частини, площі яких легко визначити за формулами математики;*

– *метод від'ємних площ: якщо згідно рисунку до задачі площу якоїсь частини вважати відсутньою, то у формулах ця площа має від'ємний знак.*

Формули для обчислення координат X_c та Y_c складних пластин або перерізів мають вид:

$$X_c = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 x_1 \pm A_2 x_2 \pm A_3 x_3}{A_1 \pm A_2 \pm A_3};$$
$$Y_c = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 y_1 \pm A_2 y_2 \pm A_3 y_3}{A_1 \pm A_2 \pm A_3},$$

де 1, 2, 3 – порядкові номери частин конструкції або складного перерізу, на які їх розділяють для спрощення розрахунків;

A_1 , A_2 , A_3 – площі перерізів цих частин які обчислюються за формулами математики для геометричних фігур або визначаються із таблиць сортаменту для прокатних профілів;

x_1, x_2, x_3 – координати точок C_1, C_2, C_3 , позначених відповідно як центри ваги кожної окремої частини 1, 2, 3 вздовж осі x ;

y_1, y_2, y_3 – координати точок C_1, C_2, C_3 , позначених відповідно як центри ваги кожної окремої частини 1, 2, 3 вздовж осі y .

З метою прискорення рішення задач на визначення координат центра ваги та зменшення об'єму обчислень доречно знати такі властивості центра ваги:

– якщо пластина або твердо тіло має вісь симетрії або дві осі симетрії – центр ваги знаходиться на осі симетрії або в точці перетину осей симетрії, наприклад: круг, кільце, еліпс, куля, квадрат, куб, прямокутник, піраміда, ромб, двотавр, швелер, кутник рівнобічний тощо (рис. 4.1);

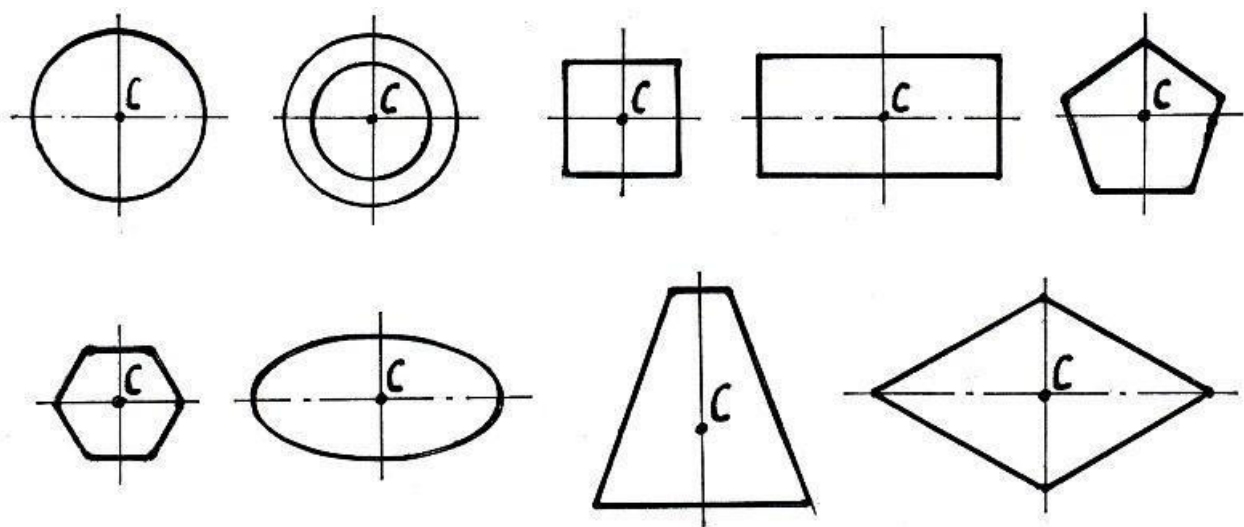


Рисунок 4.1 – Приклади форм пластин, які мають одну або дві осі симетрії

– центр ваги може не співпадати з матеріальною частиною тіла або пластини, наприклад: сфера, кільце, швелер, кутники (рис. 4.1);

– центр ваги займає незмінне положення в межах твердого тіла або пластини при будь-якому їх розташуванні у просторі – це дає змогу рисунок до задачі повертати в площині довільно, як зручніше (рис. 4.2).

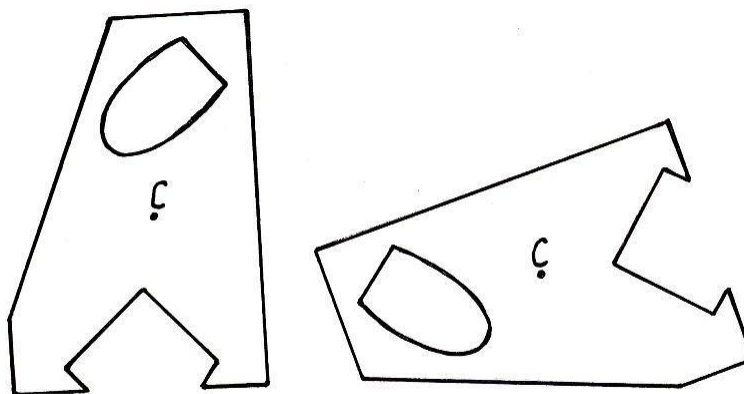


Рисунок 4.2 – Положення центра ваги пластини не залежить від її розташування у площині

Прокатні профілі – це продукція металургійних заводів, тобто фасонний металопродукт; форма поперечного прокату може бути різною, наприклад: у формі тавра, двотавра, швелера, кутників рівнобічних або нерівнобічних (рис. 4.3).

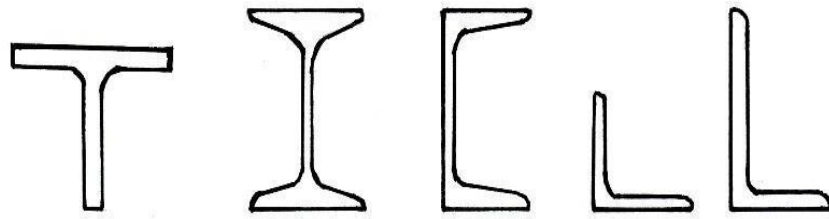


Рисунок 4.3 – Приклади форм поперечного перерізу металопродукту: тавр, двотавр, швелер, кутник рівнобічний, кутник нерівнобічний

Вся інформація про кожний профіль знаходиться в спеціальних таблицях, які називаються таблицями сортаменту (див. додаток А): це маса одного погонного метра довжини профілю, розміри, площа поперечного перерізу та інші геометричні характеристики перерізу необхідні при розрахунках на міцність та на жорсткість силових конструкцій, виготовлених із кількох з'єднаних прокатних профілів. Розрахунки на міцність і на жорсткість вивчаються в опорі матеріалів, але починаються вони із визначення положення центра ваги поперечного перерізу аналітичним способом за формулами із теоретичної механіки.

Числові значення названих величин залежать від номера профілю, наприклад: двотавр № 10, швелер № 12, кутників рівнобічний № 7, кутник нерівнобічний № 8/5. Кожний прокатний профіль має деякі особливості; назви елементів профілів, їх позначення та інші пояснення суміщені із рисунками (рис. 4.4; 4.5; 4.6).

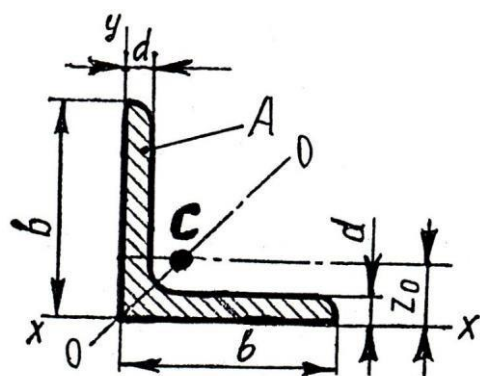


xx – вісь симетрії швелера;

Z_0 – координата точки C швелера.

Номер двотавра і номер швелера дорівнює висоті h (см).

Рисунок 4.4 – Двотавр і швелер



b – ширина полицки;

d – товщина полицок;

A – площа поперечного перерізу профіля;

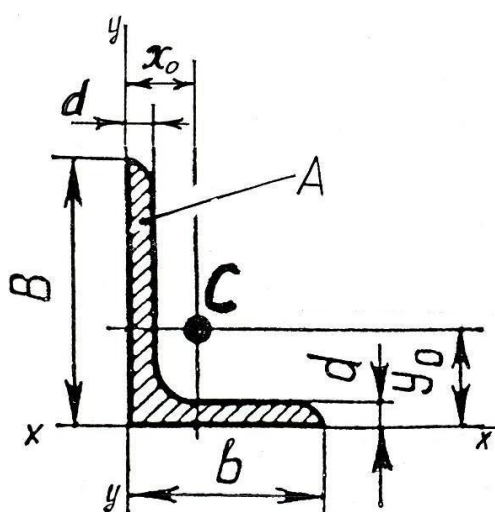
C – центр ваги перерізу;

OO – вісь симетрії кутника (бісектриса);

Z_0 – координата точки C кутника.

Номер кутника – це розмір полицки b (см).

Рисунок 4.5 – Кутник рівнобічний



B – ширина більшої полицки;

b – ширина меншої полицки;

d – товщина полицок;

A – площа поперечного перерізу профіля;

C – центр ваги перерізу;

x_0 та y_0 – координати точки C .

Номер кутника – це дріб: $\frac{B(\text{см})}{b(\text{см})}$.

Рисунок 4.6 – Кутник нерівнобічний

Завдання до самостійної роботи № 4 полягає у визначенні положення центра ваги (точки C) складного перерізу згідно варіанту завдання.

5 Послідовність рішення задачі до СР № 4

Перерисувати схематичне розташування трьох прокатних профілів згідно з варіантом завдання, виписати їх назви та номери.

Виписати із таблиць сортаменту розміри h , b , s , t , B , d , мм вказаних прокатних профілів; виписати площі їх поперечних перерізів A , см^2 ; виписати координати їх центрів ваги Z_0 , x_0 , y_0 , см. Заповнити таблицю 4.1.

Виконати у масштабі 1:1 рисунок до задачі за розмірами із табл. 4.1 на аркуші формату А4.

Присвоїти на рисунку порядкові номери 1, 2, 3 кожному профілю, відповідно позначити їх центри ваги C_1, C_2, C_3 , провести осі xOy так щоб рисунок був розташований у першій чверті.

Показати на рисунку координати точок C_1, C_2, C_3 відповідно: x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3 ; виміряти їх лінійкою в мм, перевести значення в см з точністю 0,01. Заповнити таблицю 4.2.

Таблиця 4.1 – Основні величини із таблиць сортаменту

Назви профілів та їх номери	Основні розміри профілів, мм	Площі перерізів профілів $A, \text{см}^2$	Координати центрів ваги профілів, см

Таблиця 4.2 – Результати обробки рисунка до задачі

Порядковий номер та назва профілю згідно рисунку	Площі перерізів профілів $A, \text{см}^2$	Координати центрів ваги профілів в системі xOy (в мм, потім в см)		
	$A_1 =$	C_1	$x_1 =$	$y_1 =$
	$A_2 =$	C_2	$x_2 =$	$y_2 =$
	$A_3 =$	C_3	$x_3 =$	$y_3 =$

Обчислити координати загального центра ваги зображеного перерізу – точки C (X_c та Y_c , см) з точністю 0,01:

$$X_c = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 x_1 \pm A_2 x_2 \pm A_3 x_3}{A_1 \pm A_2 \pm A_3};$$

$$Y_c = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 y_1 \pm A_2 y_2 \pm A_3 y_3}{A_1 \pm A_2 \pm A_3}.$$

Побудувати точку C на рисунку до задачі за отриманими координатами ($X_c; Y_c$).

З метою перевірки розв'язку задачі можна повернути рисунок на кут 90° або 180° , провести нові осі координат $x'O'y'$, заново визначити координати точок C_1, C_2, C_3 , відповідно $x'_1y'_1, x'_2y'_2, x'_3y'_3$, заново обчислити величини X'_c і Y'_c , побудувати точку C' на рисунку. При правильному розв'язку задачі точки C і C' співпадуть

Виписати результати обчислень.

6 . Приклад розв'язку завдання до СР № 4

Визначити координати центра ваги зображеного перерізу із трьох стандартних прокатних профілів, схематичне розташування яких вказано у завданні

згідно варіанту (рис. 4.7)



Швелер №14

Двотавр №10

Кутник № 6,3/4

Рисунок 4.7 – Схематичне зображення розташування трьох прокатних профілів згідно варіанту завдання

Таблиця 4.3 – Основні величини із таблиць сортаменту до рисунка 4.7

Назви профілів та їх номери	Основні розміри профілів, мм	Площі перерізів профілів A , см^2	Координати центрів ваги профілів, см
<i>Швелер №14</i>	$h=140; b=58; s=4,9; t=8,1$	15,6	$Z_0=1,67$
<i>Двотавр № 10</i>	$h=100; b=55; s=4,5; t=7,2$	12,0	—
<i>Кутник № 6,3/4</i>	$B=63; b=40; d=5$	4,98	$x_0=0,95; y_0=2,08$

Виконати рисунок до задачі в масштабі 1:1 згідно розмірам із таблиці 4.3 (рис. 4.8). Показати на рисунку точки – центра ваги кожного профілю у відповідності до таблиці 4.3. Присвоїти на рисунку 4.8 порядкові номери кожному профілю 1, 2, 3 і відповідно центрам ваги – C_1 , C_2 , C_3 .

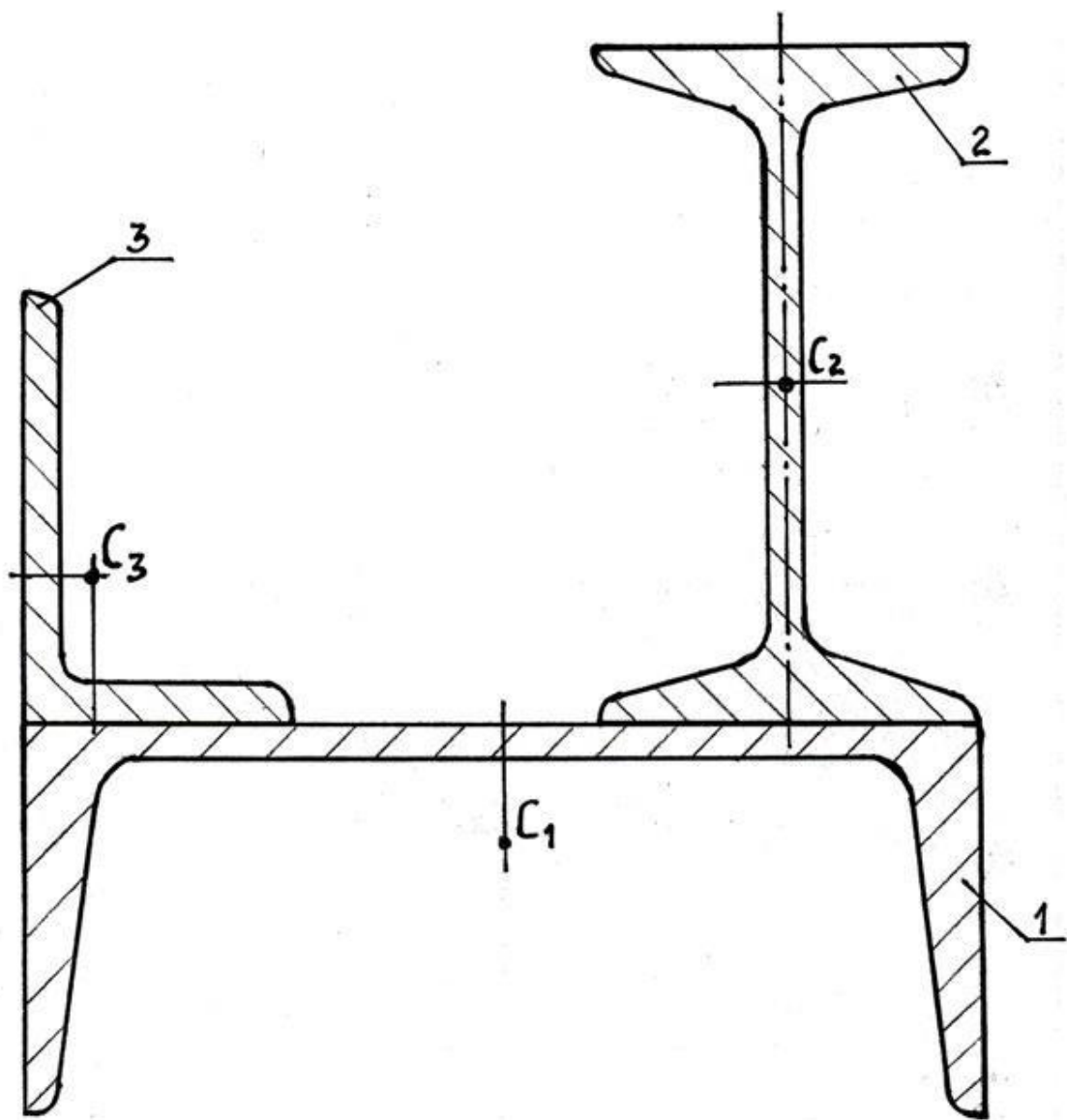


Рисунок 4.8 – Зображення рисунка згідно умові задачі та даним із табл. 4.3

Провести на рисунку 4.9 осі координат x та y так, щоб вони дотикались до контурів рисунка. Опустити із точок C_1 , C_2 , C_3 перпендикуляри на осі x та y , виміряти лінійкою координати x_1 , x_2 , x_3 та y_1, y_2, y_3 , мм (рис. 4.9), результати записати до табл. 4.4

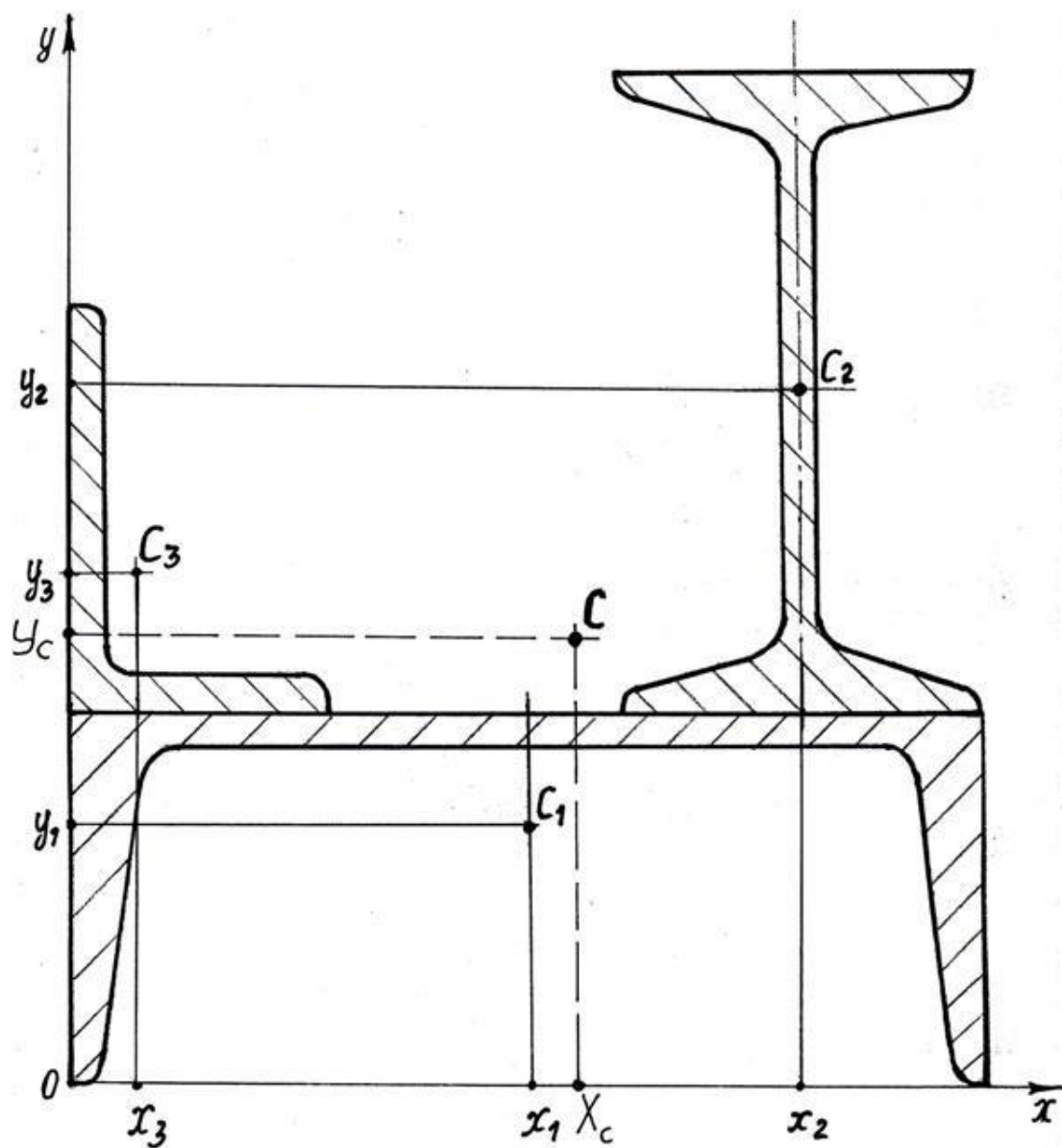


Рисунок 4.9 – Зображення осей координат xOy , координат точок C_1 , C_2 , C_3 , положення загального центра ваги перерізу точки C

Таблиця 4.4 – Результати обробки рисунка 4.9 до задачі

Порядковий номер та назва профілю згідно рисунку	Площі перерізів профілів A , см^2	Координати центрів ваги профілів в системі xOy (в мм, потім в см)		
1 швелер	$A_1 = 15,6$	C_1	$x_1 = 70 = 7,0$	$y_1 = 41 = 4,1$
2 двотавр	$A_2 = 12,0$	C_2	$x_2 = 114 = 11,4$	$y_2 = 110 = 11$
3 кутник	$A_3 = 4,98$	C_3	$x_3 = 9,5 = 0,95$	$y_3 = 80 = 8,0$

Обчислити величини координат X_c та Y_c , см точки C за формулами:

$$X_c = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3}{A_1 + A_2 + A_3}; \quad X_c = \frac{15,6 * 7 + 12 * 11,4 + 4,98 * 0,95}{15,6 + 12 + 4,98} = 7,7;$$

$$Y_c = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3}; \quad Y_c = \frac{15,6 * 4,1 + 12 * 11 + 4,98 * 8}{15,6 + 12 + 4,98} = 7,1.$$

Побудувати точку C за отриманими координатами $C(7,7; 7,1)$ на рис. 4.9 до задачі.

З метою перевірки рішення задачі повернемо рис. 4.9 на 90° , заново проведемо координатні осі $x'o'y'$ (рис. 4.10), заново визначимо координати точок C_1, C_2, C_3 , відповідно $x'_1 y'_1, x'_2 y'_2, x'_3 y'_3$, заново обчислимо величини X'_c і Y'_c , та побудуємо точку C' на рис. 4.10. При правильному розв'язку задачі точки C і C' співпадуть.

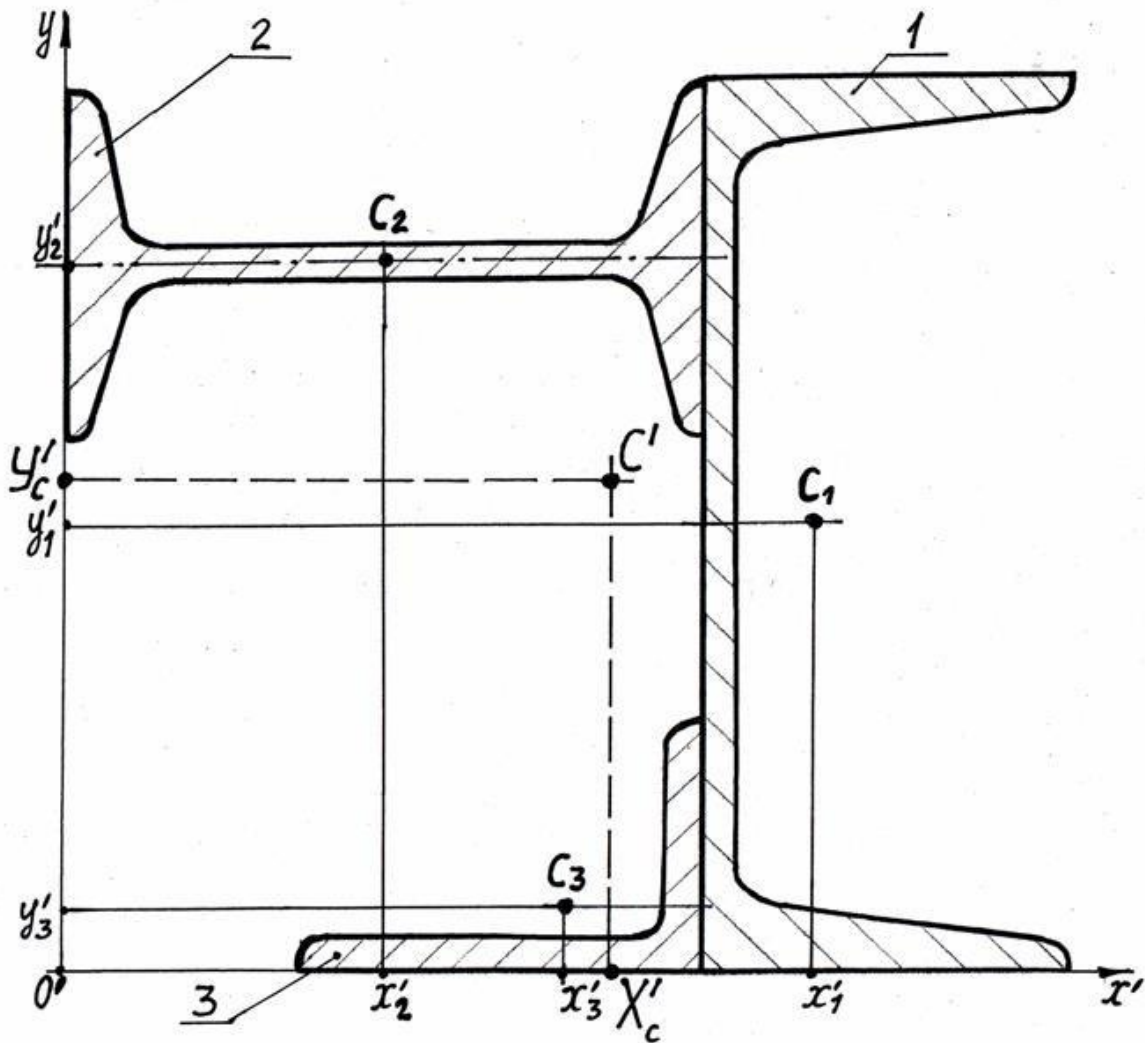


Рисунок 4.10 – Зображення рисунка до задачі в системі координат $x'o'y'$, координат точок C_1, C_2, C_3 , положення загального центра ваги перерізу точки C'

$$X'_c = \frac{15,6 * 11,7 + 12 * 5 + 4,98 * 7,9}{15,6 + 12 + 4,98} = 8,7 ;$$

$$Y'_c = \frac{15,6 * 7 + 12 * 11,25 + 4,98 * 0,95}{15,6 + 12 + 4,98} = 7,7$$

Висновок

Точки C та C' співпали – положення центра ваги зображеного перерізу визначено правильно

Результати:

$$X_c = 77 \text{ мм};$$

$$Y_c = 71 \text{ мм}.$$

7 Приклади кількох варіантів завдань СР № 4 (рис. 4.11, табл. 4.5)

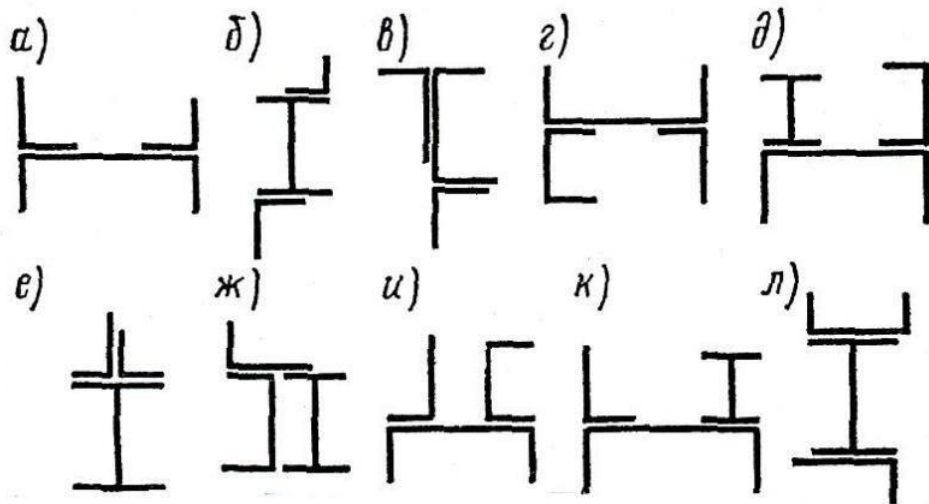


Рисунок 4.11 – Схематичне розташування профілів до задач СР № 4

Таблиця 4.5 – Номери профілів до задач згідно рис. 4.11

Номер варіанту	Позначення рисунок	Назви і номери профілів			
		двотавр	швелер	кутник рівно- бічний	кутник нерівно- бічний
1	а		16	5	4,5/2,8
2	б	10		3,2	4/2,5
3	в		10	4	5/3,2
4	г		5;14		6,3/4
5	д	10	18;5		
6	е	14		2,8	5,6/3,6
7	ж	12	12		10/6,3
8	и		16;5		7/4,5
9	к	10	14		6,3/4
10	л	10	8		7,5/5

8 Контрольні питання

Що називається центром ваги твердого тіла або пластини?

Назвіть властивості центра ваги.

Назвіть методи знаходження положення центра ваги складної пластини або перерізу.

Назвіть основні елементи різних стандартних прокатних профілів.

Поясніть, як користуватись таблицями сортаменту.

Напишіть формули, за якими визначаються координати точки – центра ваги пластини.

Поясніть послідовність розв'язку задачі до СР № 4.

В чому полягає сутність перевірки розв'язку задачі до СР № 4?

Самостійна робота № 5

1. Тема

Розрахунок ступінчастого стержня на міцність і жорсткість при розтягу і стиску

2. Мета

Навчитись розв'язувати задачі з опору матеріалів 3 Інформаційне забезпечення

Теоретичні відомості [1...6]

4. Методичні вказівки

Загальні відомості

Розрахунки на міцність полягають у визначенні величини найбільшої розрахункової напруги $\sigma_{\max}$ в матеріалі виробу і порівняти $\sigma_{\max}$ із заданою допустимою напругою $[\sigma]$ у відповідності з умовою міцності при розтягу і стиску:

$$\sigma_{\max} = N / A$$

Якщо розрахункова напруга $\sigma_{\max}$ не перевищує допустиму напругу $[\sigma]$ – виріб (деталь) міцний;
якщо $\sigma_{\max}$ перевищує $[\sigma]$ – виріб не міцний.

Розрахунки на жорсткість полягають у визначенні величини деформації стержня (деталі) Δl за формулою Гука і порівнянні її величини з заданою допустимою величиною $[\Delta l]$ згідно формулі:

де Δl – абсолютна деформація стержня, мм;

N_z – внутрішня сила пружності (поздовжня або нормальна сила), Н в поперечному перерізі стержня;

A – площа поперечного перерізу стержня, мм²;

E – модуль поздовжньої пружності матеріалу стержня, МПа;

l – початкова довжина заданого стержня, мм.

Величина і знак сили N_z , Н визначається в межах кожної ділянки стержня довжиною l на основі методу перерізу.

Величина площі A , мм^2 поперечного перерізу стержня визначається залежно від форми і розмірів поперечного перерізу (круглий, квадратний, кільцевий, прямокутний), або може бути задана в умові задачі.

Величина модуля пружності E , МПа матеріалу стержня залежить від вказаного матеріалу (сталь, чавун, алюміній), може бути задана в умові задачі або визначається за довідником.

Величини допустимої напруги $[\sigma]$, МПа та допустимої деформації $[\Delta l]$, мм залежать від матеріалу виробу, від його деформації (розтяг чи стиск), від відповідальності деталі; їх значення часто вказані в умові до задачі: наприклад: $[\sigma] = 160$ МПа, $[\Delta l_{\text{заг}}] = 0,1$ мм.

5 Розрахунок стержня на міцність і жорсткість виконується у такій послідовності:

- позначити на рисунку характерні точки В, С, D, К, присвоїти порядкові номери силовим ділянкам стержня: 1-BC, 2-CD, 3-DK.
- позначити згідно рисунку довжину l , мм кожної ділянки відповідно: $BC = l_1$, $CD = l_2$, $DK = l_3$;
 - визначити в межах кожної ділянки величину поздовжньої сили N_z , Н застосувавши метод перерізів; уточнити вид деформації кожної ділянки стержня;
 - вибрати масштаб, побудувати епюру поздовжніх сил N_z по довжині стержня;
 - визначити площу поперечного перерізу кожної ділянки стержня A , мм^2 згідно рисунку;
 - визначити величини нормальних напружень σ в межах кожної ділянки за формулою: $\sigma = N_z/A$, МПа;
 - вибрати масштаб, побудувати епюру нормальних напружень σ по довжині стержня;
 - визначити величину найбільшої напруги згідно епюри напружень σ_{max} МПа порівняти цю величину із заданою допустимою напругою $[\sigma]$, МПа;
- скласти відповідний висновок про міцність стержня;
 - визначити величину деформації Δl , мм кожної ділянки стержня за формулою Гука;
 - визначити величину загальної деформації стержня $\Delta l_{\text{заг}}$, мм як алгебраїчну суму деформацій усіх ділянок стержня;
 - скласти висновок про характер деформації стержня – видовжився чи скоротився.

Примітки

- *ступінчастими називають стержні, які мають різну товщину ділянок;*
 - *епюри в опорі матеріалів – це спеціальні графіки, які будуються в проекції (внизу або праворуч) відносно рисунку до задачі для наочності і перевірки правильності розв'язку задачі;*
 - *при побудові епюр додатні значення сил N_z та напруг δ відкладаються вгору або праворуч від осі епюри як базової лінії, а від'ємні значення сил N_z та напруг σ – вниз або вліво (див. рис. 5.2 та рис. 5.3); масштаб вибирається довільно в межах кожної задачі – різний для епюри N_z і епюри σ ;*

– загальна деформація $\Delta l_{\text{заг}}$, мм визначається за формулою: $\Delta l_{\text{заг}} = \sum l_i$ якщо величина $\Delta l_{\text{заг}}$ вийде із знаком «плюс» – стержень видовжується, якщо зі знаком «мінус» – стержень скорочується;

– якщо допустимо напруження не задана в умові задачі, її величину обчислюють за формулою: $[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n}$ для пластичних матеріалів, або $[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{МЦ}}}{n}$ для крихких;

– модуль пружності матеріалу сталі $E = 200000 \text{ МПа} = \frac{2 \sigma}{10^5} \text{ МПа}$.

6. Приклади розв'язку задач до самостійної роботи № 5

Завдання: для зображеного двоступінчастого стержня (рис. 5.1) побудувати епюри поздовжніх сил і нормальних напруг по довжині стержня, скласти висновки про міцність стержня і характер його деформації. Матеріал стержня – сталь, допустиму напруження прийняти $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

$$F_1 = 16 \text{ кН}$$

$$F_2 = 22 \text{ кН}$$

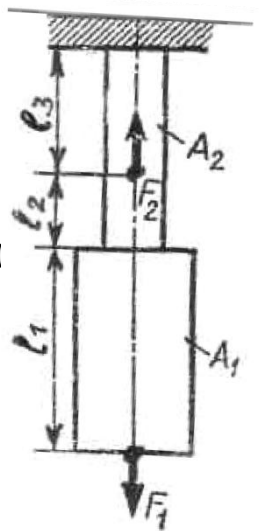
$$A_1 = 250 \text{ мм}^2$$

$$A_2 = 180 \text{ мм}^2$$

$$l_1 = 110$$

$$l_2 = 50$$

$$l_3 = 80$$



$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$$

$$[\delta] = 160 \text{ МПа}$$

Рисунок 5.1 – Умова задачі до прикладу 6.1

Розв'язок задачі

Силові ділянки: I-BC, II-CD, III-DK (рис. 5.2)

Повздовжні сили: $Nz1$, $Nz2$, $Nz3$, кн. (рис. 5.2) і деформації ділянок стержня:

Ділянка BC $Nz1 = F_1$

$Nz1 = 16$ (деформація розтяг);

Ділянка CD $Nz2 = F_1$

$Nz2 = 16$ (деформація розтяг);

Ділянка DK $Nz3 = F_1 - F_2$

$Nz3 = 16 - 22 = -6$ (деформація стиск).

Масштаб епюри Nz : $M_z 1 \text{ кН/мм}$ (рис. 5.2)

Нормальні напруги σ , МПа

Ділянка BC $\sigma = \frac{Nz1}{A} = \frac{16}{250} = 0.064$;

Ділянка CD $\sigma = \frac{Nz2}{A} = \frac{16}{180} = 0.089$;

Ділянка DK $\sigma = \frac{Nz3}{A} = \frac{-6}{180} = -0.033$.

Масштаб епюри σ : $M_\sigma 4 \text{ МПа/мм}$ (рис. 5.2)

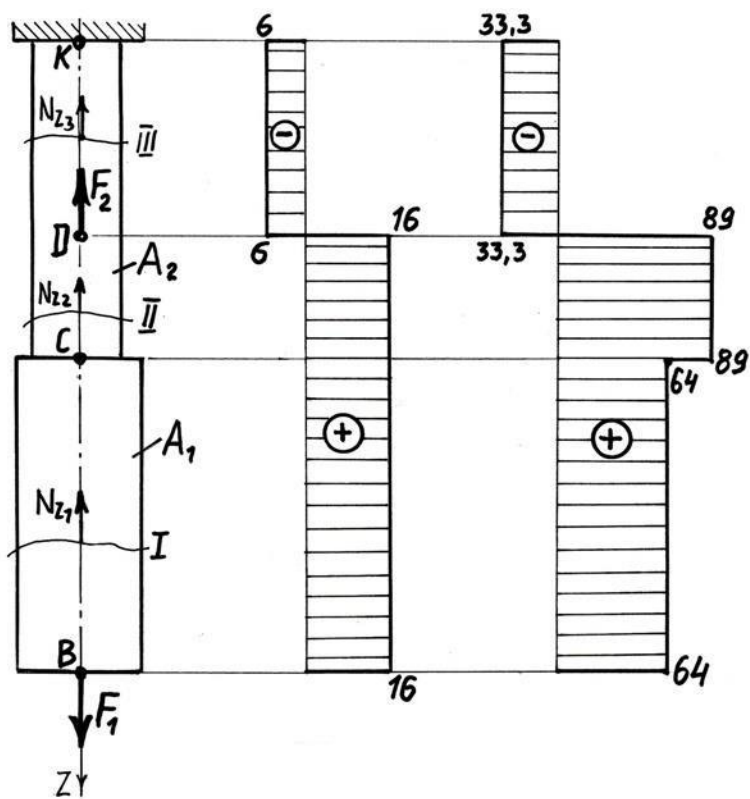


Рисунок 5.2 Силві ділянки стержня BC , CD , DK , поздовжні сили N_{z1} , N_{z2} , N_{z3} , епюра поздовжніх сил та епюра нормальних напруг по довжині стержня.

Величина найбільшої напруги $\sigma_{\max} = 89$ МПа.

Порівняння $\sigma_{\max}$ із епюри напруг із допустимою напругою $[\sigma]$ і висновок: $89 < 160$ (тобто $\sigma_{\max} < [\sigma]$) – стержень міцний.

Деформація ділянок стержня, початкова довжина яких відповідно l_1 , l_2 , l_3 , мм (рис. 5.1)

Загальна деформація стержня $\Delta l_{\text{заг}}$, мм і висновок:

$$\Delta l_{\text{заг}} = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3$$

$$\Delta l_{\text{заг}} = 0,0352 + 0,0222 + 0,0130 = 0,0444 - \text{стержень видовжився.}$$

Завдання: для зображеного двостороннього стержня (рис. 5.3) побудувати епюри поздовжніх сил і нормальних напруг по довжині стержня, скласти висновки про міцність стержня і характер його деформації. Матеріал стержня сталь Ст.3, границя текучості якої $T = 240$ МПа, допустимий коефіцієнт запасу міцності призначити $[n] = 1,5$.

$$F_1 = 3 \text{ кН}$$

$$F_2 = 7,2$$

$$d = 8 \text{ мм}$$

$$a = 6 \text{ мм}$$

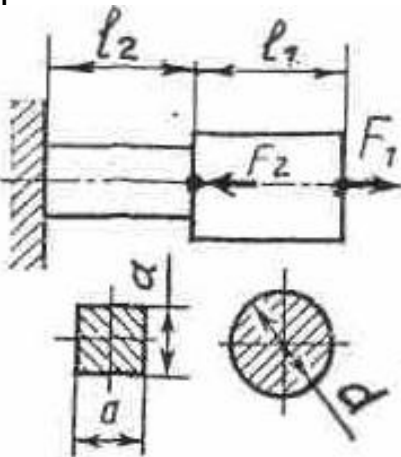
$$l_1 = 350 \text{ мм}$$

$$l_2 = 400 \text{ мм}$$

$$\sigma_T = 240$$

$$E = 2 \cdot 10^5$$

Рисунок



ладу 6.2

Розв'язок задачі

Силкові ділянки: I-BC, II-CD (рис. 5.4)

Поздовжні сили: $Nz1$, $Nz2$, кн. (рис. 5.4) і деформація ділянок стержня:

$$\text{Ділянка BC} \quad Nz1 = F_1$$

$$Nz1 = 3 \text{ (деформація розтяг);}$$

$$\text{Ділянка CD} \quad Nz2 = F_1 - F_2$$

$$Nz2 = 3 - 7,2 = -4,2 \text{ (деформація стиск).}$$

Масштаб епюри

$$\text{Масштаб епюри } Nz: M_{Nz} = 0,3 \text{ кН/мм (рис. 5.4)}$$

Площі поперечних ділянок стержня BC, CD увідповідності із перерізів А, мм² л заданими в умові (рис. 5.3).

$$\text{Масштаб епюри } \sigma: M_{\sigma} = 5 \text{ МПа/мм (рис. 5.4)}$$

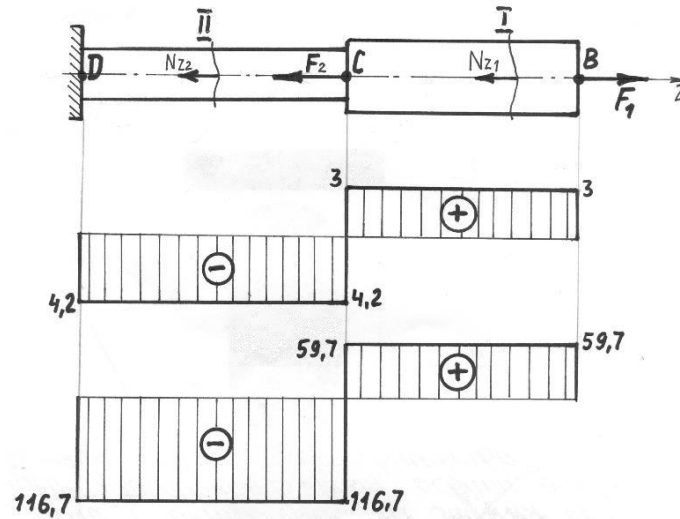


Рисунок 5.4 σ Силіві ділянки стержня BC , CD , поздовжні сили N_{z1} , N_{z2} , епюра поздовжніх сил та епюра нормальних напружень по довжині стержня.

Загальна деформація стержня $\Delta l_{\text{заг}}$, мм і висновок:

$$\Delta l_{\text{заг}} = \Delta l_1 + \Delta l_2$$

$\Delta l_{\text{заг}} = 0,104 - 0,233 = -0,129$ – стержень скоротився.

7 Приклади кількох варіантів завдань до самостійної роботи № 5 (рис. 5.5, табл. 5.2)

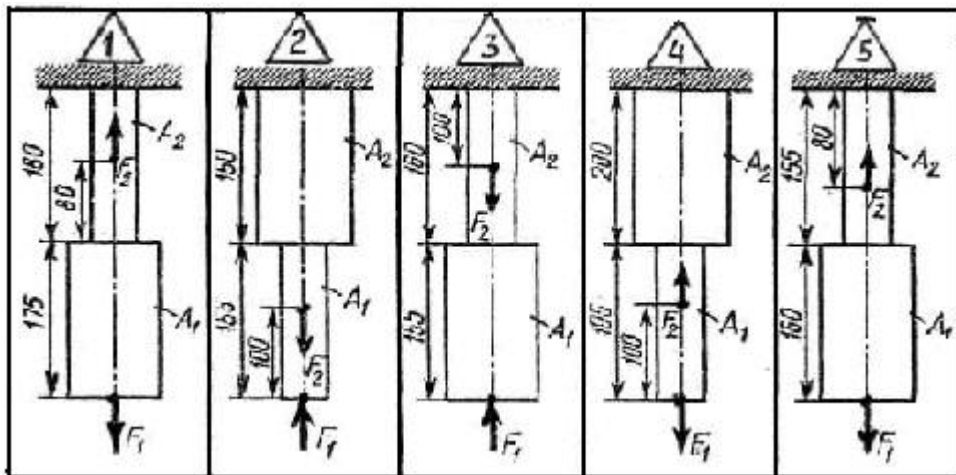


Рисунок 5.5 – Варіанти завдань до СР № 5

Таблиця 5.2 – Числові значення величин до завдань СР № 4 згідно рис. 5.5

Номер варіанту задачі	F1	F2	A1	A2	E1	[σ]
	кН		кНм		М	
1	10	18	100	80	200000	160
2	20	35	200	150	200000	160
3	30	48	300	180	200000	160
4	40	55	400	500	200000	160
5	50	66	250	100	200000	160

8 Приклади кількох варіантів завдань до самостійної роботи № 5 (рис. 5.6 табл. 5.3)

Таблиця 5.3 – Числові значення величин до завдань СР № 4 згідно рис. 5.6

Номер варіанту задачі	F ₁	F ₂	l ₁	l ₂	a	a ₁	a ₂	d	d ₁	d ₂	E	$\square_T$	[n]
	кН		мм								МПа		$\square$
1	5	10	120	140	20	$\square$	$\square$	30	$\square$	$\square$	$2 \square 10^5$	280	1,4
2	4	3	100	150	15	$\square$	$\square$	20	$\square$	$\square$	$2 \square 10^5$	260	1,5
3	18	10	250	200	12	$\square$	$\square$	25	$\square$	$\square$	$2 \square 10^5$	300	1,8
4	22	40	150	180	25	$\square$	$\square$	15	$\square$	$\square$	$2 \square 10^5$	240	1,5
5	20	45	180	220	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	50	40	$2 \square 10^5$	300	2
6	6	16	80	100	$\square$	30	20	$\square$	$\square$	$\square$	$2 \square 10^5$	360	2

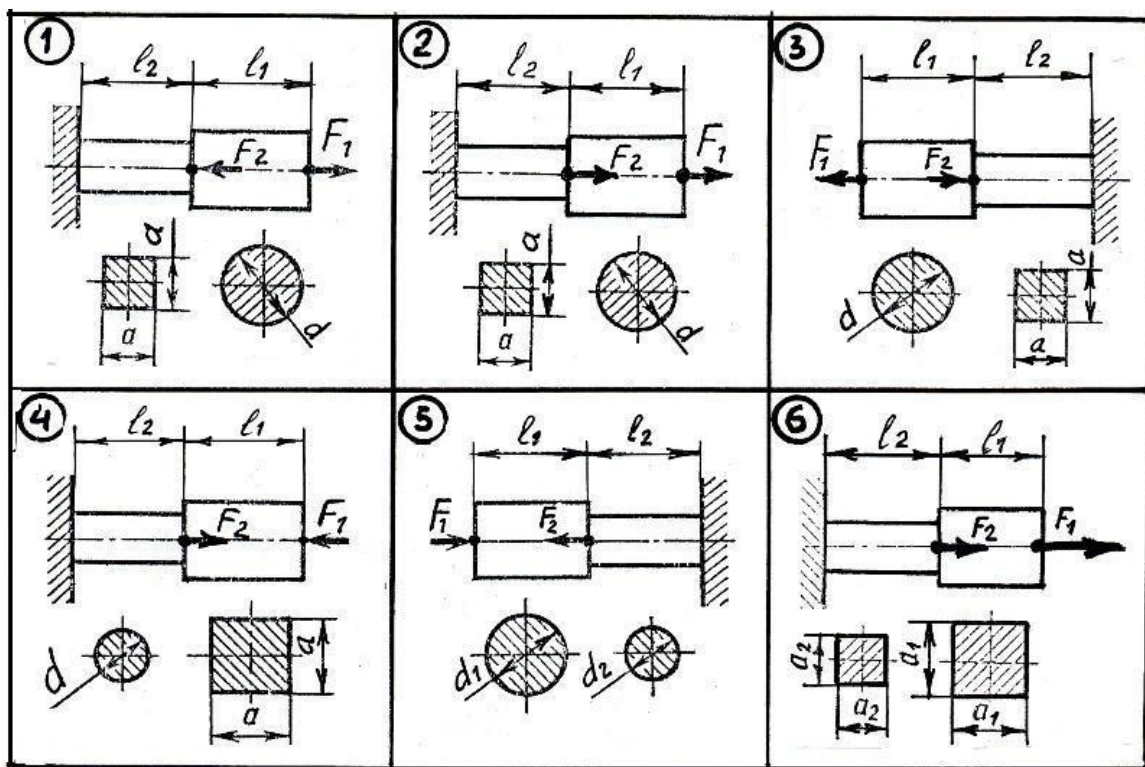


Рисунок 5.6 □ Варіанти завдань до СР № 5

9 Контрольні питання

Назвати фактори, які впливають на міцність і жорсткість будь-якого виробу або деталі?

За якою формулою обчислюються нормальні напруги при розтягу і стиску?

В якому випадку величини N_z , σ , Δl мають додатні знаки, а в якому – від’ємні?

В чому полягає перевірний розрахунок стержня або деталі на міцність?

За якою формулою визначається величина допустимої напруги для пластичного і для крихкого матеріалів?

Для чого призначенні епюри поздовжніх сил і нормальних напруг по довжині стержня, яких правил треба дотримуватись при їх побудові?

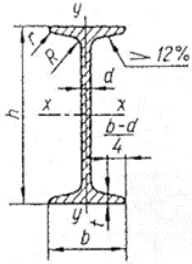
Напишіть формулу – умову міцності при розтягу і стиску, надайте її пояснення.

Список літератури

1. Шваб'юк В.І. Опір матеріалів: Підручник. – К.: Знання, 2016. — 400 с.
2. Ердеді О.О. та ін. Технічна механіка. – К.: Вища школа, 1983 – 368 с.
3. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності / за заг. ред. В.Т. Піскунова. У 2-х частинах, 5-ти книгах. – К.: Вища школа. 1994, 1995.
4. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е. С. Опір матеріалів. – К.: Вища школа. 2004. – 655с.

Додаток А
(довідковий)

Таблиці сортamenta

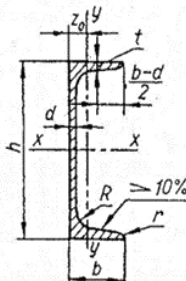


Балки двотаврові

Позначення:

h — висота балки; b — ширина полиці; d — товщина стінки; t — середня товщина полиці; J — момент інерції; W — момент опору; i — радіус інерції; S — статичний момент півперерізу

Номер профілю	Розміри, мм				Площа перерізу A, см ²	J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	J _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	Маса 1 м, кг
	h	b	d	t									
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	9,46
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	11,5
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55	13,7
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70	15,9
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88	18,4
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12	19,9
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07	21,0
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32	22,7
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27	24,0
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50	25,8
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37	27,3
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63	29,4
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54	31,5
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80	33,9
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69	36,5
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95	39,2
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79	42,2
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89	48,6
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03	57,0
45	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09	66,5
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23	78,5
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39	92,6
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54	108



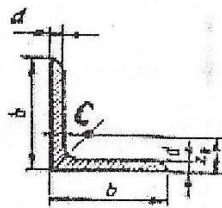
Швелери з нахилом внутрішніх граней полиць

Позначення:

h — висота швелера; b — ширина полиці; d — товщина стінки; t — середня товщина полиці; J — момент інерції; W — момент опору; i — радіус інерції; S — статичний момент півперерізу; z₀ — відстань від осі y до зовнішньої грані стінки

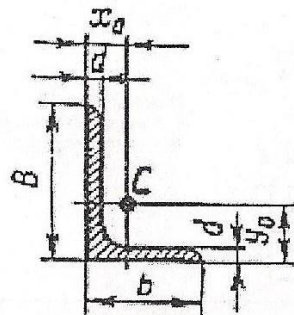
Номер профілю	Розміри, мм				Площа перерізу A, см ²	J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	J _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	z ₀ , см	Маса 1 м, кг
	h	b	d	t										
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16	4,84
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,7	3,68	1,08	1,24	5,90
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31	7,05
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44	8,59
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54	10,4
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67	12,3
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87	13,3
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80	14,2
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00	15,3
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17,0	2,04	1,94	16,3
18a	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13	17,4
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07	18,4
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28	19,8
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21	21,0
22a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46	22,6
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42	24,0
24a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67	25,8
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47	27,7
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52	31,8
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59	36,5
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68	41,9
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75	48,3

Сортамент прокатної сталі.
Кутники рівнобігні



Площа Ц.В.				
№ кутника	В, мм	д, мм	A, см²	W, см
2	20	3 4	1,12 1,46	0,40 0,64
2,5	25	3 4	1,43 1,86	0,73 0,76
2,8	28	3	1,62	0,50
3,2	32	3 4	1,86 2,43	0,89 0,94
3,6	36	3 4 5	2,10 2,75 3,79	0,90 1,04 1,17
4	40	3 4	2,25 3,03	1,00 1,13
4,5	45	3 4 5	2,65 3,48 4,20	1,21 1,26 1,30
5	50	3 4 5	2,96 3,89 4,50	1,33 1,38 1,42
5,6	56	4 5	4,35 5,41	1,57 1,67
6,3	63	4 5 6	4,96 6,13 7,28	1,69 1,74 1,78
7	70	4,5 5 6 7 8	6,20 6,66 7,13 7,67 8,20	1,88 1,90 1,94 1,99 2,02
7,5	75	6 7 8 9	8,78 9,10 9,50 10,00	2,04 2,10 2,15 2,18
8	80	5,5 6 7 8	8,63 9,09 9,58 10,08	2,17 2,19 2,23 2,27
9	90	6 7 8 9	10,6 11,3 12,0 12,8	2,43 2,47 2,51 2,55
10	100	6,5 7 8 9 10 12	12,6 13,0 13,6 14,2 14,9 17,2	2,64 2,71 2,78 2,83 2,91
		14 15	26,3 29,7	2,99 3,06
11	110	7 8	15,2 17,2	2,94 3,10
12,5	125	8 9 10 12 14 16	19,7 22,0 24,3 28,9 33,4 37,8	3,36 3,49 3,63 3,83 4,01 4,24
14	140	9 10 12	21,7 24,3 27,5	3,78 3,93 4,10
16	160	10 12 14 16 18 20	31,4 34,4 37,4 40,1 44,8 49,4	4,30 4,50 4,70 4,83 5,03 5,20
18	180	11 12	35,8 42,2	4,85 4,89

Сортамент прокатної сталі.
Кутники нерівнобігні



Площа Ц.В.					
№ кутника	В/б, мм	д, мм	A, см²	W, см	W ₀ , см
2,5/1,6	25/16	3	1,16	0,86	0,42
3,2/2	32/20	3 4	1,49 1,94	1,08 1,12	0,49 0,53
4/2,5	40/25	3 4	1,89 2,47	1,32 1,37	0,59 0,63
4,5/2,8	45/28	3 4	2,14 2,80	1,47 1,51	0,64 0,68
5/3,2	50/32	3 4	2,42 3,17	1,60 1,85	0,72 0,76
5,6/3,6	56/36	4 5	3,58 4,41	1,82 1,86	0,84 0,88
6,3/4	63/40	4 5 6 8	4,04 4,98 5,90 7,68	2,03 2,08 2,12 2,20	0,91 0,95 0,99 1,07
7/4,5	70/45	5	5,59	2,28	1,05
7,5/5	75/50	5 6 8	6,11 7,25 8,47	2,39 2,44 2,52	1,17 1,21 1,29
8/5	80/50	5 6	6,86 7,55	2,60 2,65	1,13 1,17
9/5,6	90/56	5,5 6 8	7,86 8,54 11,18	2,92 2,95 3,04	1,26 1,28 1,36
10/6,3	100/63	6 7 8 10	9,59 11,1 12,6 15,5	3,23 3,28 3,32 3,40	1,42 1,46 1,50 1,58

Основи теоретичної механіки та опору матеріалів [Текст]: методичні вказівки до виконання самостійних робіт для здобувачів освіти освітньо-професійного ступеня «фаховий молодший бакалавр» з спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія, ОПП «Опорядження будівель і споруд та будівельний дизайн» денної форми навчання / уклад. Т.П. Герасимик-Чернова, Я.В. Оласюк – Любешів: ВСП «Любешівський ТФК ЛНТУ», 2023. – 46 с.

Комп'ютерний набір і верстка: Т.П. Герасимик-Чернова

Редактор: Т.П. Герасимик-Чернова

Підп. до друку _____ 2023 р. Формат А4.
Папір офіс. Гарн. Таймс. Умов. друк. арк. _____
Обл. вид. арк. _____ Тираж 15 прим.