МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ВИЩА МАТЕМАТИКА

Методичні вказівки до виконання самостійної роботи
для здобувачів освіти освітньо-професійного ступеня фаховий молодший бакалавр
галузь знань 19 Архітектура і будівництво
спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія
освітньо-професійної програми Будівництво та експлуатація будівель і споруд
галузь знань 20 Аграрні науки та продовольство
спеціальності 208 Агроінженерія
галузь знань 07 Управління та адміністрування
спеціальності 071 Облік і оподаткування
галузь знань 13 Механічна інженерія
спеціальності 133 Галузеве машинобудування
галузь знань 27 Транспорт
спеціальності 274 Автомобільний транспорт
денної форми навчання

Любешів 2023

УДК 51 (07)
К 88

До друку
Голова методичної ради ВСП «Любешівський ТФК ЛНТУ»
____________________ Герасимик-Чернова Т.П.
(підпис)

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій коледжу
Бібліотекар ____________ М.М. Демих
(підпис)
Рекомендовано до видання методичною радою ВСП «Любешівський ТФК ЛНТУ»
протокол №___ від ________________ 2023 року

Розглянуто і схвалено на засіданні циклової методичної комісії викладачів математичних та природничо-наукових дисциплін ВСП «Любешівський ТФК ЛНТУ»,
протокол №___ від ________________ 2023 року
Голова циклової методичної комісії ______________Остимчук А.В.

(підпис)
Укладачі: ____________ Кулик В.С.,
____________ Баховська М.В.,
____________ Кузьмич Т.П.

Рецензент: ____________________
(підпис)

Відповідальний за випуск: ____________ Т.П. Кузьмич, методист коледжу
(підпис)

Вища математика [Текст]: методичні вказівки до виконання самостійної роботи для здобувачів освіти освітньо-кваліфікаційного рівня фаховий молодший бакалавр галузь знань 19 Архітектура і будівництво спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія освітньо-професійної програми Будівництво та експлуатація будівель і споруд галузь знань 20 Аграрні науки та продовольство спеціальності 208 Агроінженері галузь знань 07 Управління та адміністрування спеціальності 071 Облік і оподаткування галузь знань 13 Механічна інженерія спеціальності 133 Галузеве машинобудування галузь знань 27 Транспорт спеціальності 274 Автомобільний транспорт денної форми навчання/ уклад. В.С.Кулик. Т.П. Кузьмич, М.В. Баховська М.В. – Любешів: ВСП «Любешівський ТФК Луцького НТУ», 2021– 23 с.

Методичні вказівки містять тематичне планування самостійної роботи, запитання та завдання для самоконтролю, рекомендовану літературу.

1. Вступ

Робоча навчальна програма дисципліни "Вища математика" є складовою частиною нормативно-методичного забезпечення навчального процесу для підготовки фахівців освітньо-професійного ступеня фаховий молодший бакалавр. Зміст програми передбачає лекції, практичні заняття та самостійну роботу.

Мета курсу – забезпечити вивчення тих математичних понять та методів, які не ввійшли до програми загальноосвітньої математичної підготовки студентів, але використовуються в процесі вивчення дисциплін циклу професійної підготовки.

Самостійна робота студентів формує здатність самостійно мислити, засвоювати теоретичний матеріал; вміння користуватися всіма доступними джерелами знань; вміння самостійно добирати навчальний матеріал, аналізувати, узагальнювати його; конспектувати, самостійно опрацьовувати математичний матеріал, працювати з додатковою літературою; використовувати сучасні інформаційні можливості.

Методичні рекомендації для самостійного вивчення дисципліни «Вища математики» підготовлені з метою надання допомоги студентам у процесі вивчення даного предмету.

В результаті вивчення дисципліни студент повинен знати:

- означення визначника другого і третього порядку;
- правило Крамера;
- означення матриці та її властивості;
- формули для обчислення скалярного, векторного, мішаного добутків та їх застосування;
- рівняння прямої у різних формах, еліпса, гіперболи, параболи.
- означення комплексних чисел, різні їх форми та перехід від однієї форми до іншої;

Студент повинен вміти:

- обчислювати визначники другого і третього порядку;
- розв'язувати системи рівнянь за правилом Крамера;
- виконувати дії над векторами;
- обчислювати скалярний, векторний, мішаний добутки і їх застосовувати;
- досліджувати взаємне розташування прямих та знаходити кут між ними;
- будувати криві другого порядку за їх рівняннями та визначати їх властивості;
- виконувати дії над комплексними числами в алгебраїчній, тригонометричній, показниковій формах;

2. Тематичне планування самостійної роботи

№ з/п	Назва тем курсу, питань винесених на самостійне опрацювання	Час опрацювання	Бібліографія
1	2	3	4
1.	*Тема 1*. **Елементи векторної алгебри**		
1.1	Визначники другого і третього порядку та їх властивості. Системи лінійних рівнянь. Метод Гауса розв'язання систем лінійних рівнянь Метод Крамера розв'язання систем лінійних рівнянь. Матриці та основні дії над ними. Обернена матриця. Матрична форма запису системи лінійних рівнянь. Матричний метод розв'язання систем лінійних рівнянь	10	Л.1 (ст. 3-12)
2	*Тема 2.* **Метод координат**		
2.1	Вектори на площині та в просторі. Дії над векторами. Розкладання вектора за даними напрямами. Векторний базис та система координат. Скалярний добуток векторів Векторний добуток векторів. Мішаний добуток векторів. Прямокутні координати. Довжина відрізка. Поділ відрізка в заданому відношенні та навпіл. Центр ваги трикутника. Полярна система координат. Циліндрична система координат	10	Л.1 (ст. 13-29)
3	*Тема 3*. **Аналітична геометрія на площині**		
3.1	Пряма на площині. Канонічне рівняння прямої. Рівняння прямої, що проходить через дві точки. Загальне рівняння прямої. Пряма у «відрізках» на осях. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Пряма, задана точкою і нормованим вектором. Нормальне рівняння прямої. Взаємне розміщення двох прямих на площині Віддаль від точки до прямої. Кут між прямими. Поняття про лінії другого порядку на площині. Коло. Еліпс.Гіпербола. Парабола	10	Л.1 (30-51)
4	*Тема 4*. **Комплексні числа**		
4.1	Комплексні числа як розширення множини дійсних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами, заданими в алгебраїчній формі. Розв'язання квадратних рівнянь з від'ємним дискримінантом. Геометричне тлумачення комплексних чисел. Тригонометрична і показникова форми комплексного числа. Перехід від алгебраїчної форми комплексного числа до тригонометричної та показникової. Дії над комплексними числами, заданими в тригонометричній формі: множення, ділення, піднесення до степеня, добування кореня	12	Л.1 (ст. 52-59)
	ВСЬОГО	42	

Тема 1.

Елементи лінійної алгебри

Завдання для самостійної роботи

ТЗ 1.1. Що називається мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n n-го порядку?

А. Мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n називається визначник $(n-1)$-шого порядку, який утворюється з елементів вихідного визначника Δ_n, що залишаються після викреслювання j-го рядка та j-го стовпця.

Б. Мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n називається визначник $(n-1)$-шого порядку, який утворюється з елементів вихідного визначника Δ_n, що залишаються після викреслювання i-го рядка та i-го стовпця.

В. Мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n називається визначник, який утворюється з елементів вихідного визначника Δ_n, якщо переставити місцями відповідні елементи i-го рядка та j-го стовпця.

Г. Мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n називається визначник $(n-1)$-шого порядку, який утворюється з елементів вихідного визначника Δ_n, що залишаються після викреслювання i-го рядка та j-го стовпця, на перетині яких розташований елемент a_{ij}.

ТЗ 1.2. Що називається алгебраїчним доповненням A_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n n-го порядку?

А. $A_{ij}=(-1)^{i-j}M_{ij}$. Б. $A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$.

В. $A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ji}$. Г. $A_{ij}=(-1)^{2+i}M_{ij}$.

ТЗ 1.3. Визначник другого порядку $\Delta_2=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ дорівнює:

А. $a_{11}a_{21}+a_{22}a_{12}$. Б. $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$. В. $a_{11}a_{22}+a_{12}a_{21}$.
Г. $a_{12}a_{21}-a_{11}a_{22}$.

ТЗ 1.4. Визначник третього порядку $\Delta_3=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ дорівнює (через A_{ij} позначено алгебраїчне доповнення елемента a_{ij}):

А. $a_{11}A_{11}+a_{12}A_{11}+a_{13}A_{11}$. Б. $a_{11}A_{11}+a_{12}A_{21}+a_{13}A_{31}$.

В. $a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+a_{13}A_{13}$. Г. $a_{11}A_{21}+a_{12}A_{22}+a_{13}A_{23}$.

ТЗ 1.5. Визначник третього порядку $\Delta_3=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ дорівнює (через A_{ij} позначено алгебраїчне доповнення елемента a_{ij}):

А. $a_{11}A_{11}+a_{21}A_{21}+a_{31}A_{31}$. Б. $a_{11}A_{11}+a_{21}A_{22}+a_{31}A_{33}$.

В. $a_{11}A_{31}+a_{21}A_{32}+a_{31}A_{33}$. Г. $a_{11}A_{11}+a_{21}A_{12}+a_{31}A_{13}$.

ТЗ 1.6. Визначник четвертого порядку $\Delta_4 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$ дорівнює (через A_{ij} позначено алгебраїчне доповнення елемента a_{ij}):

А. $a_{31}A_{11} + a_{32}A_{22} + a_{33}A_{33} + a_{34}A_{44}$.

Б. $a_{11}A_{11} + a_{21}A_{12} + a_{31}A_{13} + a_{41}A_{14}$.

В. $a_{31}A_{21} + a_{32}A_{22} + a_{33}A_{23} + a_{34}A_{24}$.

Г. $a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31} + a_{41}A_{41}$.

ТЗ 1.7. Чому дорівнює визначник $\Delta = \begin{vmatrix} ka_1 & kb_1 & kc_1 \\ ka_2 & kb_2 & kc_2 \\ ka_3 & kb_3 & kc_3 \end{vmatrix}$?

А. $k\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$. Б. $k^2\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$. В. $k^3\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$.

Г. 0.

ТЗ 1.8. Встановити, який з наступних визначників є парним числом?

А. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix}$. Б. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$.

В. $\begin{vmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ -1 & -4 & 0 \end{vmatrix}$. Г. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$.

ТЗ 1.9. Чому дорівнює визначник $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & ka_1 & c_1 \\ a_2 & ka_2 & c_2 \\ a_3 & ka_3 & c_3 \end{vmatrix}$?

А. k. Б. 0. В. k^3. Г. 1.

ТЗ 1.10. Чому дорівнює сума добутків елементів деякого стовпця (рядка) визначника $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ на алгебраїчні доповнення елементів іншого паралельного стовпця (рядка): $a_{i1}A_{k1} + a_{i2}A_{k2} + a_{i3}A_{k3}$, $k \neq i$ $\left(a_{1j}A_{1k} + a_{2j}A_{2k} + a_{3j}A_{3k},\ k \neq j\right)$?

А. 1. Б. 0. В. Δ_3. Г. $k\Delta_3$.

ТЗ 2.1. Яка матриця називається транспонованою A^T до матриці

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}?$$

А. $\begin{pmatrix} a_{1n} & a_{2(n-1)} & \dots & a_{11} \\ a_{2n} & a_{2(n-1)} & \dots & a_{21} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{mn} & a_{m(n-1)} & \dots & a_{m1} \end{pmatrix}$. Б. $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$.

В. $\begin{pmatrix} a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \\ a_{(m-1)1} & a_{(m-2)2} & \dots & a_{(m-1)n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \end{pmatrix}$. Г. $A^T = -A$.

ТЗ 2.2. Які дві матриці є взаємно транспонованими?

А. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ і $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Б. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ і $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

В. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ і $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Г. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ і $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

ТЗ 2.3. Яка квадратна матриця є одиничною?

А. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$. Б. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$.

В. $E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$. Г. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

ТЗ 2.4. Сумою яких двох матриць є матриця $\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$?

А. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$. Б. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$.

В. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$. Г. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$.

ТЗ 2.5. Різницею яких двох матриць є матриця $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & -11 \end{pmatrix}$?

А. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -21 \\ 3 & 40 \end{pmatrix}$. Б. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

В. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$. Г. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$.

ТЗ 2.6. Що називається добутком матриці A на число α?

А. Добутком матриці A на число α називається нова матриця $C = \alpha A$, яка відрізняється від матриці A тим, що кожний елемент першого рядка матриці A помножається на число α

$$\alpha A = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} & \dots & \alpha a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Б. Добутком матриці A на число α називається нова матриця $C = \alpha A$, яка відрізняється від матриці A тим, що кожний елемент першого стовпця матриці A помножається на число α

$$\alpha A = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \alpha a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

В. Добутком матриці A на число α називається нова матриця $C = \alpha A$, яка відрізняється від матриці A тим, що кожний елемент матриці A помножається на число α

$$\alpha A = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} & \dots & \alpha a_{1n} \\ \alpha a_{21} & \alpha a_{22} & \dots & \alpha a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha a_{m1} & \alpha a_{m2} & \dots & \alpha a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Г. Добутком матриці A на число α називається нова матриця $C = \alpha A$, яка відрізняється від матриці A тим, що кожний елемент головної діагоналі матриці A помножається на число α

$$\alpha A = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \alpha a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & \alpha a_{mn} \end{pmatrix}.$$

ТЗ 2.7. Добутком числа $\alpha = 2$ на матрицю $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$ є

А. $\begin{pmatrix} 6 & 10 \\ -2 & -8 \end{pmatrix}$. Б. $\begin{pmatrix} 6 & 10 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$.

В. $\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$. Г. $\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -1 & -8 \end{pmatrix}$.

ТЗ 2.8. Що називається добутком матриці A розміру $m \times n$ на матрицю B розміру $n \times p$?

А. Матриця $C = AB$ розміру $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої обчислюється за правилом $c_{ij} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + \ldots + a_{in} \cdot b_{nj}$.

Б. Матриця $C = AB$ розміру $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої обчислюється за правилом $c_{ij} = a_{j1} b_{1i} + a_{j2} \cdot b_{2i} + \ldots + a_{jn} \cdot b_{ni}$.

В. Матриця $C = AB$ розміру $p \times m$, кожний елемент c_{ij} якої обчислюється за правилом $c_{ij} = a_{i1} b_{1i} + a_{i2} \cdot b_{2i} + \ldots + a_{in} \cdot b_{ni}$.

Г. Квадратна матриця $C = AB$ q-того порядку $\left(q = \min\{m, n, p\}\right)$, кожний елемент c_{ij} якої обчислюється за правилом $c_{ij} = a_{j1} b_{1i} + a_{j2} \cdot b_{2i} + \ldots + a_{jq} \cdot b_{qi}$.

ТЗ 2.9. Добутком яких двох матриць є матриця $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$?

А. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.   Б. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

В. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.   Г. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

ТЗ 2.10. Добутком яких двох матриць є матриця $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$?

А. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.   Б. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

ТЗ 3.1. За якої умови квадратна система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}, \text{ де } \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

– головний визначник системи, має єдиний розв’язок?

А. $\Delta = 0$.   Б. $\Delta \geq 0$.   В. $\Delta \leq 0$.   Г. $\Delta \neq 0$.

ТЗ 3.2. За якої умови квадратна система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}, \text{ де } \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

– головний визначник системи і

$$\Delta^{(1)} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_n & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}, \quad \Delta^{(2)} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & b_n & a_{n3} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

$$\ldots, \quad \Delta^{(n)} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & b_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & b_n \end{vmatrix}$$

– допоміжні визначники системи, не має жодного розв’язку?

А. $\Delta \neq 0$, $\Delta^{(j)} = 0$ $(j = 1, 2, ..., n)$.

Б. $\Delta > 0$, $\Delta^{(j)} \neq 0$, $j \in \{1, 2, ..., n\}$.

В. $\Delta = 0$, $\Delta^{(j)} = 0$ $(j = 1, 2, ..., n)$.

Г. $\Delta = 0$, а хоча б один із визначників $\Delta^{(j)}$ $(j = 1, 2, ..., n)$ відмінний від нуля.

ТЗ 3.3. Необхідною і достатньою умовою наявності ненульового розв’язку однорідної квадратної системи лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = 0 \end{cases}, \text{ де } \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

– головний визначник, є

А. $\Delta = 0$. Б. $\Delta \geq 0$. В. $\Delta \leq 0$. Г. $\Delta \neq 0$.

ТЗ 3.4. Система лінійних рівнянь $AX = B$ має безліч розв’язків тоді і тільки тоді, коли

А. Ранг розширеної матриці $C = (A \mid B)$ менший рангу основної матриці A і менший числа невідомих.

Б. Ранг розширеної матриці $C = (A \mid B)$ більший рангу основної матриці A, але менший числа невідомих.

В. Ранг розширеної матриці $C = (A \mid B)$ дорівнює рангу основної матриці A і менший числа невідомих.

Г. Ранг розширеної матриці $C = (A \mid B)$ дорівнює рангу основної матриці A і дорівнює числу невідомих.

ТЗ 3.5. Яка система двох лінійних рівнянь має розв’язок $x = 3,\ y = 4$?

А. $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$. Б. $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$.

В. $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 2x + y = 10 \end{cases}$. Г. $\begin{cases} x - 2y = 11 \\ 2x + y = 10 \end{cases}$.

ТЗ 3.6. Яка система двох лінійних рівнянь еквівалентна системі

$$\begin{cases} 3x \qquad = 9 \\ \qquad 5y = 15 \end{cases}?$$

А. $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$. Б. $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$.

В. $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$. Г. $\begin{cases} x + y = 6 \\ 3x + y = 12 \end{cases}$.

ТЗ 3.7. Які пари систем лінійних рівнянь еквівалентні між собою?

А. $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ і $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 8y = 10 \end{cases}$. Б. $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$ і $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 8y = 8 \end{cases}$.

В. $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ і $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 5y = 6 \end{cases}$. Г. $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 5x - 3y = 7 \end{cases}$ і $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 9y = 18 \end{cases}$.

ТЗ 3.8. Яка система двох лінійних рівнянь має єдиний розв’язок?

А. $\begin{cases} 5x - 3y = 8 \\ 10x - 6y = 15 \end{cases}$. Б. $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ 15x + 10y = 1 \end{cases}$.

В. $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$. Г. $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 3y = -3 \end{cases}$.

ТЗ 3.9. Яка система двох лінійних рівнянь еквівалентна одному рівнянню з двома невідомими?

А. $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x + 6y = 10 \end{cases}$. Б. $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x + 6y = 9 \end{cases}$.

В. $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x + 6y = 10 \end{cases}$. Г. $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$.

ТЗ 3.10. Яка система двох лінійних рівнянь має безліч розв’язків?

А. $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-3y=-4 \end{cases}$. Б. $\begin{cases} 7x-y=5 \\ 14x-2y=10 \end{cases}$.

В. $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=4 \end{cases}$. Г. $\begin{cases} 7x-y=5 \\ 14x-2y=9 \end{cases}$.

Тема 2
Метод координат
Завдання для самостійної роботи

ТЗ 4.1. Що називається проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$?

А. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається число $пр_{\vec{l}}\overrightarrow{AB}$, яке дорівнює довжині відрізка A_lB_l між проекціями відповідно початку A і кінця B вектора на вісь $\vec{l}$.

Б. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається число $пр_{\vec{l}}\overrightarrow{AB}$, яке дорівнює довжині відрізка A_lB_l між проекціями відповідно початку A і кінця B вектора на вісь $\vec{l}$, причому довжина береться зі знаком "+", якщо вектор $\overrightarrow{A_lB_l}$ співнапрямлений з віссю $\vec{l}$ $\overrightarrow{A_lB_l}\uparrow\uparrow\vec{l}$, або довжина береться зі знаком "–", якщо вектор $\overrightarrow{A_lB_l}$ напрямлений протилежно осі $\vec{l}$ $\overrightarrow{A_lB_l}\uparrow\downarrow\vec{l}$.

В. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається число $пр_{\vec{l}}\overrightarrow{AB}$, яке дорівнює сумі довжин відрізків AA_l і BB_l , де A_l і B_l – проекції відповідно початку A і кінця B вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$.

Г. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається вектор $пр_{\vec{l}}\overrightarrow{AB}$, який дорівнює сумі векторів $\overrightarrow{AA_l}$ і $\overrightarrow{BB_l}$, де A_l і B_l – проекції відповідно початку A і кінця B вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$.

ТЗ 4.2. Чому дорівнює проекція суми $пр_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b})$?

А. $пр_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = пр_{\vec{l}}\vec{a}+пр_{\vec{l}}\vec{b}-2пр_{\vec{l}}\vec{a}\cdot пр_{\vec{l}}\vec{b}$.

Б. $пр_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = пр_{\vec{l}}\vec{a}\cdot пр_{\vec{l}}\vec{b}$.

В. $пр_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = пр_{\vec{l}}\vec{a}+пр_{\vec{l}}\vec{b}$.

Г. $пр_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = \vec{b}\cdot пр_{\vec{l}}\vec{a}+\vec{a}\cdot пр_{\vec{l}}\vec{b}$.

ТЗ 4.3. Проекція $пр_{\vec{a}}\vec{b}$ вектора $\vec{b}$ на вектор $\vec{a}$ дорівнює

А. $пр_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{a}|\sin(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b})$. Б. $пр_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{a}|\cos(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b})$.

В. $пр_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{b}|\cos(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b})$. Г. $пр_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{b}|\sin(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b})$.

ТЗ 4.4. Напрямні косинуси $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ вектора $\vec{a}$ зв'язані співвідношенням

А. $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$.

Б. $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=|\vec{a}|^2$.

В. $\cos\alpha\cdot\cos\beta\cdot\cos\gamma=1$.

Г. $|\cos\alpha|+|\cos\beta|+|\cos\gamma|=1$.

ТЗ 4.5. В якому випадку $np_{\vec{l}}\vec{a}=0$?

А. Вектор $\vec{a}$ паралельний до осі $\vec{l}$.

Б. Вектор $\vec{a}$ утворює з віссю $\vec{l}$ кут 30°.

В. Вектор $\vec{a}$ утворює з віссю $\vec{l}$ кут 45°.

Г. Вектор $\vec{a}$ перпендикулярний до осі $\vec{l}$.

ТЗ 4.6. Чому дорівнюють координати вектора $\overrightarrow{AB}$, якщо відомі координати його початку $A(x_A, y_A, z_A)$ і кінця $B(x_B, y_B, z_B)$?

А. $\overrightarrow{AB}=(x_A+x_B; y_A+y_B; z_A+z_B)$.

Б. $\overrightarrow{AB}=(x_A-x_B; y_A-y_B; z_A-z_B)$.

В. $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A; y_B-y_A; z_B-z_A)$.

Г. $\overrightarrow{AB}=(x_A\cdot x_B; y_A\cdot y_B; z_A\cdot z_B)$.

ТЗ 4.7. Як обчислюється модуль (довжина) вектора

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}\ ?$$

А. $|\vec{a}|=|a_x|+|a_y|+|a_z|$. Б. $|\vec{a}|=-\sqrt{a_x{}^2+a_y{}^2-a_z{}^2}$.

В. $|\vec{a}|=\sqrt{a_x{}^2-a_y{}^2+a_z{}^2}$. Г. $|\vec{a}|=\sqrt{a_x{}^2+a_y{}^2+a_z{}^2}$.

ТЗ 4.8. Що називається добутком $\lambda\vec{a}$ вектора $\vec{a}$ на скаляр λ?

А. Добутком вектора $\vec{a}$ на число λ називається вектор $\lambda\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\lambda\vec{a}|=|\lambda|\cdot|\vec{a}|$; 2) якщо $\lambda=0$, то $0\cdot\vec{a}=\vec{0}$; якщо $\lambda>0$, то $\lambda\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{a}$; якщо $\lambda<0$, то $\lambda\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{a}$.

Б. Добутком вектора $\vec{a}$ на число λ називається вектор $\lambda\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\lambda\vec{a}|=\lambda\cdot|\vec{a}|$; 2) якщо $\lambda=0$, то $0\cdot\vec{a}=\vec{0}$; якщо $\lambda>0$, то $\lambda\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{a}$; якщо $\lambda<0$, то $\lambda\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{a}$.

В. Добутком вектора $\vec{a}$ на число λ називається вектор $\lambda\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\lambda\vec{a}|=|\lambda|\cdot|\vec{a}|$; 2) якщо $\lambda=0$, то $0\cdot\vec{a}=\vec{0}$; якщо $\lambda\neq0$, то $\lambda\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{a}$.

Г. Добутком вектора $\vec{a}$ на число λ називається вектор $\lambda\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\lambda\vec{a}|=\lambda\cdot|\vec{a}|$; 2) якщо $\lambda=0$, то $0\cdot\vec{a}=\vec{0}$; якщо $\lambda\neq0$, то $\lambda\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{a}$.

ТЗ 4.9. Довжина якого з векторів дорівнює $|\vec{a}|=5$?

А. $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}+4\vec{k}$. Б. $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}-2\sqrt{3}\vec{k}$.

В. $\vec{a}=2\vec{i}+2\vec{j}+2\sqrt{3}\vec{k}$. Г. $\vec{a}=3\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{k}$.

ТЗ 4.10. Що називається скалярним добутком $\vec{a}\cdot\vec{b}$ векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$?

А. Скалярним добутком векторів $\vec{a}\ i\ \vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b})$.

Б. Скалярним добутком векторів $\vec{a}\ i\ \vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b})$.

В. Скалярним добутком векторів $\vec{a}\ i\ \vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{|\vec{a}|+|\vec{b}|}$.

Г. Скалярним добутком векторів $\vec{a}\ i\ \vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.

ТЗ 4.11. Чому дорівнює скалярний добуток $\vec{a}\cdot\vec{b}$ векторів

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k} \quad \text{і} \quad \vec{b}=b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}\,?$$

А. $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x-a_yb_y-a_zb_z$. Б. $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x-a_yb_y+a_zb_z$.

В. $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_y+a_yb_z+a_zb_x$. Г. $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$.

ТЗ 4.12. Чому дорівнює косинус кута $\varphi=\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}$ між двома векторами $\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$ і $\vec{b}=b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}$?

А. $\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})=\dfrac{a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}+\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}}$.

Б. $\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})=\dfrac{a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}-\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}}$.

В. $\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})=\dfrac{a_xb_x-a_yb_y-a_zb_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}+\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}}$.

Г. $\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})=\dfrac{a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}}$.

ТЗ 4.13. Для того, щоб ненульові вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ були ортогональними (перпендикулярними) $\vec{a}\perp\vec{b}$, необхідно і достатньо, щоб

А. $\vec{a}\cdot\vec{b}>0$. Б. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$. В. $\vec{a}\cdot\vec{b}<0$. Г. $\vec{a}\cdot\vec{b}\neq 0$.

ТЗ 4.14. Для того, щоб ненульові вектори $\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$ і $\vec{b}=b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}$ були колінеарними (паралельними) $\vec{a}\,||\vec{b}$, необхідно і достатньо, щоб

А. $a_xb_y+a_yb_z+a_zb_x=0$. Б. $a_xb_x-a_yb_y+a_zb_z\neq 0$.

В. $\dfrac{a_x}{b_x}\neq\dfrac{a_y}{b_y}\neq\dfrac{a_z}{b_z}$. Г. $\dfrac{a_x}{b_x}=\dfrac{a_y}{b_y}=\dfrac{a_z}{b_z}$.

ТЗ 4.15. Які два вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ ортогональні (перпендикулярні)?

А. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}-3\vec{k}\end{cases}$. Б. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}\end{cases}$.

В. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}\\ \vec{b}=3\vec{i}+2\vec{j}+5\vec{k}\end{cases}$. Г. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=3\vec{i}+2\vec{j}+5\vec{k}\end{cases}$.

ТЗ 4.16. Які два вектори утворюють між собою гострий кут $(\cos\varphi>0)$?

А. $\begin{cases}\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-4\vec{k}\\ \vec{b}=\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\end{cases}$. Б. $\begin{cases}\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-4\vec{k}\\ \vec{b}=\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}\end{cases}$.

В. $\begin{cases}\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}\end{cases}$. Г. $\begin{cases}\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-4\vec{k}\\ \vec{b}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}\end{cases}$.

ТЗ 4.17. Які два вектори утворюють між собою тупий кут $(\cos\varphi < 0)$?

А. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k} \end{cases}$. Б. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \end{cases}$.

В. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} \end{cases}$. Г. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k} \end{cases}$.

ТЗ 4.18. Для яких двох векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ кут φ між ними дорівнює $\varphi = \pi/3$ $\left(\cos\varphi = \cos(\pi/3) = 1/2\right)$?

А. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \sqrt{3}\vec{k} \\ \vec{b} = \sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j} \end{cases}$. Б. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{j} - \sqrt{3}\vec{k} \\ \vec{b} = \sqrt{6}\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j} \end{cases}$.

В. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} - \sqrt{3}\vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{j} + \sqrt{3}\vec{k} \end{cases}$. Г. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{j} + \sqrt{3}\vec{k} \\ \vec{b} = \sqrt{6}\vec{i} + \sqrt{3}\vec{k} \end{cases}$.

ТЗ 4.19. Які два вектори колінеарні (паралельні)?

А. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{b} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 8\vec{k} \end{cases}$. Б. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{b} = 4\vec{i} - 6\vec{j} - 8\vec{k} \end{cases}$.

В. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{b} = -4\vec{i} + 6\vec{j} - 8\vec{k} \end{cases}$. Г. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{b} = 4\vec{i} - 6\vec{j} - 8\vec{k} \end{cases}$.

ТЗ 4.20. Який з векторів утворює з віссю Ox напрямний кут $\alpha = 60^\circ$ $\left(\cos\alpha = a_x/|\vec{a}|,\ \ \cos 60^\circ = 1/2\right)$?

А. $\vec{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} + 4\vec{k}$. Б. $\vec{a} = \sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j} + \sqrt{3}\vec{k}$.

В. $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} + \sqrt{2}\vec{k}$. Г. $\vec{a} = \vec{i} + 2\sqrt{2}\vec{j} + \sqrt{3}\vec{k}$.

Тема 3
Аналітична геометрія на площині
Завдання для самостійної роботи

ТЗ 5.1. Яке з рівнянь є рівнянням прямої у відрізках на осях?

А. $\dfrac{x - x_0}{m} = \dfrac{y - y_0}{n}$; Б. $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$;

В. $Ax + By + C = 0$; Г. $y = kx + b$.

ТЗ 5.2. Яке з рівнянь є рівнянням прямої з кутовим коефіцієнтом?

А. $\dfrac{x - x_0}{m} = \dfrac{y - y_0}{n}$; Б. $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$;

В. $y = kx + b$; Г. $Ax + By + C = 0$.

ТЗ 5.3. Яке з рівнянь є рівнянням прямої, що проходить через дві задані точки?

А. $\dfrac{y - y_1}{y_2 + y_1} = \dfrac{x - x_1}{x_2 + x_1}$; Б. $\dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1}$;

В. $\dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{x - x_2}{x_2 - x_1}$; Г. $y - y_0 = k(x - x_0)$.

ТЗ 5.4. Яке з рівнянь є канонічним рівнянням прямої?

А. $\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}$; Б. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$;

В. $y=kx+b$; Г. $Ax+By+C=0$.

ТЗ 5.5. Які з рівнянь є загальним рівнянням прямої?

А. $Ax+By+C=0$; Б. $y=kx+b$;

В. $y-y_0=k\left(x-x_0\right)$; Г. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$.

ТЗ 5.6. Яке з рівнянь є рівнянням прямої, що проходить через задану точку і має заданий кутовий коефіцієнт?

А. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$; Б. $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$;

В. $y=kx+b$; Г. $y-y_0=k\left(x-x_0\right)$.

ТЗ 5.7. Що називається кутовим коефіцієнтом k прямої l?

А. Кут нахилу прямої l до осі Ox: $k=\alpha$.

Б. Тангенс кута нахилу прямої l до осі Ox: $k=tg\alpha$.

В. Синус кута нахилу прямої l до осі Ox: $k=\sin\alpha$.

Г. Косинус кута нахилу прямої l до осі Oy: $k=\cos\beta$.

ТЗ 5.8. За якою формулою обчислюється кут φ між двома прямими l_1: $y=k_1x+b_1$ і l_2: $y=k_2x+b_2$?

А. $tg\varphi=\frac{k_1+k_2}{1-k_1k_2}$; Б. $tg\varphi=\frac{k_1+k_2}{1+k_1k_2}$;

В. $tg\varphi=\frac{k_2-k_1}{1-k_1k_2}$; Г. $tg\varphi=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}$.

ТЗ 5.9. Яка з прямих відсікає на осях координат Ox, Oy відповідно відрізки $a=2, b=5$?

А. $5x+3y-10=0$; Б. $5x+2y-9=0$;

В. $5x+2y-10=0$; Г. $5x-2y-10=0$.

ТЗ 5.10. Яка з прямих проходить через точки $M_1(1,\ 3)$, $M_2(6,\ 5)$?

А. $\frac{x-1}{4}=\frac{y-3}{2}$; Б. $\frac{x-1}{5}=\frac{y+3}{2}$;

В. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+3}{2}$; Г. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-3}{2}$.

ТЗ 6.1. Яке з рівнянь є рівнянням еліпса?

А. $4x^2-9y^2-36=0$; Б. $4x^2-9y^2+36=0$;

В. $4x^2+9y^2-36=0$; Г. $4x^2+9y^2+36=0$.

ТЗ 6.2. Яке з рівнянь є рівнянням гіперболи?

А. $9x^2+4y^2-36=0$; Б. $9x^2+4y^2+36=0$;

В. $9x^2-4y^2-36=0$; Г. $9x^2+4y-36=0$.

ТЗ 6.3. Яке з рівнянь є рівнянням кола?

А. $x^2-y^2+7=0$; Б. $5x^2+3y^2-7=0$;

В. $2x^2-4x+3y-7=0$; Г. $x^2-2x+y^2=0$.

ТЗ 6.4. Яке з рівнянь є рівнянням параболи?

А. $y^2=8x+4$; Б. $y^2=8x^2+4$;

В. $y^2+8x^2=4$; Г. $y=8x+4$.

ТЗ 6.5. Для якої гіперболи пряма $y=\dfrac{1}{2}x$ є асимптотою?

А. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=1$; Б. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{16}=1$;

В. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{4}=1$; Г. $\dfrac{y^2}{4}-\dfrac{x^2}{9}=1$.

ТЗ 6.6. Яка з гіпербол має ексцентриситет $\varepsilon=\dfrac{5}{4}$?

А. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$; Б. $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$;

В. $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{9}=1$; Г. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{16}=1$.

ТЗ 6.7. Яка з гіпербол має дійсну $a=5$ і уявну $b=2$ півосі?

А. $4x^2-16y^2=16$; Б. $4x^2-25y^2=100$;

В. $16x^2-4y^2=16$; Г. $25x^2-4y^2=100$.

ТЗ 6.8. Яка з гіпербол має фокальну відстань $F_1F_2=2c=8$?

А. $\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{8}=1$; Б. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$;

В. $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$; Г. $\dfrac{x^2}{18}-\dfrac{y^2}{18}=1$.

ТЗ 6.9. Який з еліпсів має фокальну відстань $F_1F_2=2c=6$?

А. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$; Б. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$;

В. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$; Г. $\dfrac{x^2}{32}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

ТЗ 6.10. Який з еліпсів має велику і малу півосі відповідно $a=5,\ b=2$?

А. $4x^2+16y^2=16$; Б. $4x^2+25y^2=100$;

В. $16x^2+4y^2=64$; Г. $25x^2+4y^2=100$.

Тема 4
Комплексні числа
Завдання для самостійної роботи

ТЗ 7.1. Якщо $z_1=2+4i$ та $z_2=5+3i$, то значення виразу $z=3iz_1+2z_2$ дорівнює

А. $z=-4+6i$. Б. $z=-2+12i$.

В. $z=3+5i$. Г. $z=-3-12i$.

ТЗ 7.2. Якщо $z_1=3-2i$ та $z_2=5+4i$, то значення виразу $z=3z_1+2iz_2$ дорівнює

А. $z=1+4i$. Б. $z=5-2i$. В. $z=-3+8i$. Г. $z=3-4i$.

ТЗ 7.3. Якщо $z_1=-3+5i$ та $z_2=6+4i$, то значення виразу $z=4iz_1-3z_2$ дорівнює

А. $z = -5 + 2i$. Б. $z = 3 + 4i$.

В. $z = -38 - 24i$. Г. $z = 18 - 42i$.

ТЗ 7.4. Якщо $z_1 = -5 + 3i$ та $z_2 = 2 + 4i$, то значення виразу $z = z_1 \cdot z_2$ дорівнює

А. $z = -22 - 14i$. Б. $z = 10 - 3i$.

В. $z = -5 + 4i$. Г. $z = -24 + 18i$.

ТЗ 7.5. Якщо $z_1 = 3 - 5i$ та $z_2 = 2 + 6i$, то значення виразу $z = z_1 \cdot z_2$ дорівнює

А. $z = 2 + 8i$. Б. $z = 36 + 8i$.

В. $z = 24 + 16i$. Г. $z = 26 - 14i$.

ТЗ 7.6. Якщо $z_1 = 3 - 8i$ та $z_2 = 4 + 5i$, то значення виразу $z = z_1 \cdot z_2$ дорівнює

А. $z = 38 + 4i$. Б. $z = 52 - 17i$.

В. $z = -16 + 23i$. Г. $z = -25 - 16i$.

ТЗ 7.7. Якщо $z_1 = 2 - 5i$ та $z_2 = 3 + 4i$, то значення виразу $z = z_1 / z_2$ дорівнює

А. $z = \frac{14}{27} - \frac{5}{9} i$. Б. $z = \frac{8}{25} + \frac{3}{5} i$.

В. $z = -\frac{14}{25} - \frac{23}{25} i$. Г. $z = \frac{12}{25} - \frac{27}{25} i$.

ТЗ 7.8. Якщо $z_1 = -4 + 5i$ та $z_2 = 6 - 4i$, то значення виразу $z = z_1 / z_2$ дорівнює

А. $z = -\frac{15}{26} - \frac{7}{26} i$. Б. $z = -\frac{11}{13} + \frac{7}{26} i$.

В. $z = -\frac{14}{25} - \frac{23}{25} i$. Г. $z = -\frac{11}{26} - \frac{29}{13} i$.

ТЗ 7.9. Якщо $z_1 = 3 - 2i$ та $z_2 = -5 + 4i$, то значення виразу $z = z_1 / z_2$ дорівнює

А. $z = -\frac{15}{41} - \frac{23}{41} i$. Б. $z = -\frac{11}{36} + \frac{7}{36} i$.

В. $z = -\frac{12}{41} + \frac{9}{41} i$. Г. $z = -\frac{7}{41} + \frac{22}{41} i$.

ТЗ 7.10. Подати комплексне число $z = 5\sqrt{3} - 5i$ у тригонометричній і показниковій (експоненціальній) формах.

А. $z = 10e^{-i\frac{\pi}{6}} = 10\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

Б. $z = 10e^{-i\frac{\pi}{3}} = 10\left(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right)$.

В. $z = 5e^{-i\frac{\pi}{4}} = 5\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.

Г. $z = 10e^{-i\frac{\pi}{6}} = 10\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$.

ТЗ 7.11. Подати комплексне число $z = -4 + 4i$ у тригонометричній і показниковій (експоненціальній) формах.

А. $z = 4\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}} = 4\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$.

Б. $z=4e^{-i\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\pi}{4}-i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.

В. $z=4\sqrt{2}e^{i\frac{3}{4}\pi}=4\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi+i\sin\frac{3}{4}\pi\right)$.

Г. $z=8e^{i\frac{3}{4}\pi}=8\left(\cos\frac{3}{4}\pi-i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.

ТЗ 7.12. Подати комплексне число $z=-3-3\sqrt{3}i$ у тригонометричній і показниковій (експоненціальній) формах.

А. $z=e^{i\frac{\pi}{3}}=\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}$.

Б. $z=6e^{i\frac{4}{3}\pi}=6\left(\cos\frac{4}{3}\pi+i\sin\frac{4}{3}\pi\right)$.

В. $z=6e^{i\frac{\pi}{4}}=6\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.

Г. $z=12e^{i\frac{2}{3}\pi}=12\left(\cos\frac{2}{3}\pi+i\sin\frac{2}{3}\pi\right)$.

ТЗ 7.13. Якщо $z_1=3e^{i\frac{\pi}{6}}$ та $z_2=4e^{i\frac{\pi}{3}}$, то значення виразу $z=z_1\cdot z_2$ в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z=12e^{-i\frac{\pi}{2}}=-12i$. Б. $z=12e^{i\frac{\pi}{4}}=6\sqrt{2}+6\sqrt{2}i$.

В. $z=12e^{i\pi}=-12$. Г. $z=12e^{i\frac{\pi}{2}}=12i$.

ТЗ 7.14. Якщо $z_1=2e^{3i\pi}$ та $z_2=4e^{i\frac{\pi}{4}}$, то значення виразу $z=z_1\cdot z_2$ в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z=8e^{-i\frac{3}{4}\pi}=-4\sqrt{2}-4\sqrt{2}i$. Б. $z=8e^{i\frac{\pi}{2}}=8i$.

В. $z=8e^{i\frac{\pi}{3}}=4\sqrt{3}-4i$. Г. $z=8e^{-i\frac{3}{4}\pi}=-4\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$.

ТЗ 7.15. Якщо $z_1=5e^{-i\frac{\pi}{3}}$ та $z_2=2e^{i\frac{2}{3}\pi}$, то значення виразу $z=z_1\cdot z_2$ в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z=10e^{i\frac{\pi}{4}}=5\sqrt{2}(1+i)$. Б. $z=10e^{i\frac{\pi}{3}}=5+5\sqrt{3}i$.

В. $z=5e^{-i\frac{\pi}{6}}=5\sqrt{3}-5i$. Г. $z=10e^{-i\frac{\pi}{3}}=5\sqrt{3}-5\sqrt{3}i$.

ТЗ 7.16. Значення виразу $z=z_1\cdot z_2$, де $z_1=12\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ і $z_2=2\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$, в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z=24\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)=12+12\sqrt{3}i$.

Б. $z=24\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)=12\sqrt{3}+12i$.

В. $z=24\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)=-12+12\sqrt{3}\,i$.

Г. $z=14\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)=7+7\sqrt{3}\,i$.

ТЗ 7.17. Значення виразу $z=z_1\cdot z_2$, де $z_1=16\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ і $z_2=2\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$, в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z=14\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)=14i$.

Б. $z=32\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)=16\sqrt{3}+16i$.

В. $z=32\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)=-16+16\sqrt{3}\,i$.

Г. $z=32\left(\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}\right)=-16\sqrt{3}-16i$.

ТЗ 7.18. Якщо $z_1=3e^{i\frac{\pi}{6}}$ та $z_2=2e^{-i\frac{\pi}{3}}$, то значення виразу $z=z_1/z_2$ в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z=\frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}=\frac{3}{2}i$. Б. $z=\frac{3}{2}e^{-i\frac{3}{4}\pi}=-\frac{3\sqrt{2}}{4}-\frac{3\sqrt{2}}{4}i$.

В. $z=\frac{3}{2}e^{-i\frac{5}{6}\pi}=\frac{3\sqrt{3}}{4}-\frac{3\sqrt{3}}{4}i$. Г. $z=\frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}=\frac{3\sqrt{2}}{4}+\frac{3\sqrt{2}}{4}i$.

ТЗ 7.19. Значення виразу $z=z_1/z_2$, де $z_1=12\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ і $z_2=2\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$, в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z=24\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)=12+12\sqrt{3}\,i$.

Б. $z=6\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)=3+3\sqrt{3}\,i$.

В. $z=6\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)=3\sqrt{3}+3i$.

Г. $z=6\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)=-3+3\sqrt{3}\,i$.

ТЗ 7.20. Значення виразу $z=z_1/z_2$, де $z_1=8\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$ і $z_2=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$, в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z=4\left(\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}\right)=-2\sqrt{3}-2i$.

Б. $z=4\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)=-2+2\sqrt{3}\,i$.

В. $z=4\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}+2\sqrt{2}\,i$.

Г. $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right) = 4i$.

Перелік питань, які виносяться на залік

1. Визначники другого і третього порядку і їх обчислення.
2. Системи лінійних рівнянь і їх обчислення методом Гаусса.
3. Системи лінійних рівнянь і їх обчислення методом Крамера.
4. Матриці і дії над ними.
5. Обернена матриця і її обчислення за допомогою елементарних перетворень.
6. Матрична форма запису системи лінійних рівнянь. Розв'язання систем лінійних рівнянь матричним методом.
7. Вектори на площині та в просторі.
8. Дії над векторами.
9. Векторний базис та система координат.
10. Скалярний добуток векторів і його застосування.
11. Векторний добуток векторів і його застосування.
12. Мішаний добуток векторів і його застосування.
13. Поділ відрізка в заданому відношенні та навпіл.
14. Довжина відрізка. Центр ваги трикутника.
15. Полярна система координат. Циліндрична система координат.
16. Канонічне рівняння прямої. Рівняння прямої, що проходить через дві точки.
17. Загальне рівняння прямої. Пряма, задана точкою і нормованим вектором.
18. Рівняння прямої у «відрізках» на осях. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом.
19. Нормальне рівняння прямої. Взаємне розміщення двох прямих на площині.
20. Відстань від точки до прямої. Кут між прямими.
21. Поняття про лінії другого порядку на площині. Коло.
22. Еліпс, властивості еліпса.
23. Гіпербола, властивості гіперболи.
24. Парабола, властивості параболи.
25. Поняття комплексного числа. Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами, заданими в алгебраїчній формі.
26. Геометричне задання комплексних чисел.
27. Тригонометрична форма комплексного числа. Перехід від алгебраїчної форми комплексного числа до тригонометричної.
28. Дії над комплексними числами, заданими в тригонометричній формі: множення, ділення, піднесення до степеня, добування кореня.
29. Показникова форма комплексного числа. Перехід від алгебраїчної форми комплексного числа до показникової.

Рекомендована література

1. Кулик В.С.,Т.П.Кузьмич, М.В. Баховська . Конспект лекцій з вищої математики – Любешів, 2021.
2. Кагадій Л.П., Павленко А.В., Чуднов К.У. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Ч. 1,2: Конспект лекцій. – Дніпропетровськ, НМетАУ. – 2004.
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. – Київ, “А.С.К.”, 2005. – 648 с.
4. Рудавський Ю.К., Костробій П.П. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. – Львів, 1999.
5. Соколенко О.І., Новик Г.А. Вища математика в прикладах і задачах. – К.: ”Либідь”, 2001 р.
6. Завало С.Т., Костарчук В.М. Алгебра і теорія чисел. – К.: Вища школа, 1974, Ч.1.

Зміст

Вступ………………………………………………………….………………3

Тематичне планування самостійної роботи..……………………..……..4

Тема1. *Елементи лінійної алгебри*…………………………………………… 6

Тема 2. *Метод координат* …...12

Тема 3. *Аналітична геометрія на площині* ………………………………......15

Тема 4. *Комплексні числа* ……………………………………………......18

Перелік питань, які виносяться на залік…………………………..……..20

Рекомендована література ……………………………..........................21

Вища математика [Текст]: методичні вказівки до виконання самостійної роботи для здобувачів освіти освітньо-кваліфікаційного рівня фаховий молодший бакалавр галузь знань 19 Архітектура і будівництво спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія освітньо-професійної програми Будівництво та експлуатація будівель і споруд галузь знань 20 Аграрні науки та продовольство спеціальності 208 Агроінженері галузь знань 07 Управління та адміністрування спеціальності 071 Облік і оподаткування галузь знань 13 Механічна інженерія спеціальності 133 Галузеве машинобудування галузь знань 27 Транспорт спеціальності 274 Автомобільний транспорт денної форми навчання/ уклад. В.С.Кулик. Т.П. Кузьмич, М.В. Баховська М.В. – Любешів: ВСП «Любешівський ТФК Луцького НТУ», 2023– 23 с

Комп'ютерний набір і верстка : Т.П. Кузьмич
Редактор: Т.П. Кузьмич

Підп. до друку ___________2021 р. Формат А4.
Папір офіс. Гарн. Таймс. Умов. друк. арк. ______
Обл. вид. арк.______ Тираж 15 прим.